# Granger-Kausalitätsprüfung
## - Eine anwendungsorientierte Darstellung -

Peter M. Schulze

Arbeitspapier Nr. 28 (August 2004)

Institut für Statistik und Ökonometrie
Johannes Gutenberg-Universität Mainz
Fachbereich Rechts- und Wirtschafts-
wissenschaften
Haus Recht und Wirtschaft II

D 55099 Mainz

Herausgeber: Univ.-Prof. Dr. P.M. Schulze


ISSN Nr. 1430 - 2136

# Granger-Kausalitätsprüfung
## - Eine anwendungsorientierte Darstellung -

Peter M. Schulze

**Gliederung**



**Zusammenfassung**

Granger unterstellt in seinem Kausalitätskonzept stationäre Daten. Zeitreihendaten weisen aber oft Trend- und/oder Saison-Einflüsse auf, die vor einer Schätzung eliminiert oder modelliert werden müssen. Ausgangspunkt der Stationaritätsprüfung im VAR-Modell sind meist Einheitswurzeltests. Die Eliminierung von Trend/Saison bedeutet einen Informationsverlust, weshalb bei differenzstationären Prozessen die Formulierung von Fehlerkorrekturmodellen angezeigt ist, die die Unterscheidung von lang- und kurzfristiger Granger-Kausalität erlauben. Toda/Yamamoto zeigen einen VAR-Ansatz mit Niveauvariablen, ohne daß die herkömmlichen Tests zur Granger-Kausalitätsprüfung ihre Anwendbarkeit verlieren.

**Summary**

For the testing of Granger-causality stationarity of data is obligatory. But economic time series data often contain trend and/or seasonal factors. Several procedures are known to model or eliminate these influences. Unit root tests are often used to construct trend- or difference-stationary processes in a VAR-model. Considering the error correction approach (VARECM) it is possible to distinguish between short- and long-run Granger-causality.

Toda/Yamamoto reveal a way how traditional tests for Granger-causality can be used in a VAR-model with the original variables.

# 1 Einleitung

Bekanntermaßen kann eine starke Korrelation zwischen Variablen nichts über deren Ursache-Wirkungs-Beziehung aussagen, da Korrelation zwischen (zwei) Größen ein bidirektionales, symmetrisches Maß, Kausalität aber ein unidirektionales, asymmetrisches Konzept darstellt. Kausalität wird hier nicht im philosophischen Sinn der naturgesetzlichen Abhängigkeit einer Wirkung von einer Ursache gesehen. Vielmehr liegt dem Konzept der Granger-Kausalität der Gedanke zugrunde, daß die Ursache der von ihr induzierten Wirkung (zeitlich) nicht nachgelagert sein kann.

Stellt sich bspw. die Frage, ob in einem Währungsraum Geldmengenänderungen in der Vergangenheit Preisänderungen in der Gegenwart induzieren oder ob es gegenseitige Abhängigkeiten zwischen diesen beiden Variablen gibt, so kann es zweckmäßig sein, die aufgrund wirtschaftstheoretischer Überlegung vorgenommene Einteilung in endogene und exogene Variablen in einer Modellgleichung zunächst empirisch zu überprüfen. Ergeben sich wechselseitige Abhängigkeiten der Variablen, so sind Simultangleichungsmodelle mit entsprechenden Schätzmethoden angezeigt.

Im folgenden wird zunächst das Konzept der Granger-Kausalität kurz dargestellt (Kapitel 2). Da Granger für seinen Ansatz stationäre Zeitreihendaten unterstellt, zeigt Kapitel 3 hierfür verschiedene Möglichkeiten zur Eliminierung von Trend/Saison, um Stationarität zu erreichen. Kapitel 4 skizziert Tests zur Prüfung des Konzepts. Kapitel 5 enthält eine Erweiterung durch Kointegrationsansätze, die eine Differenzierung in kurz- und langfristige Granger-Kausalität ermöglichen. Der Toda-Yamamoto-Ansatz (Kapitel 6) weist - bei integrierten Prozessen - einen einfachen Weg zur Prüfung des „klassischen“ Granger-Kausalitäts-Konzepts. In Kapitel 7 finden sich einige Hinweise auf Anwendungsprobleme, bevor die Darstellung in Kapitel 8 mit einem Fazit schließt.

# 2 Konzept der Granger-Kausalität

Da bei empirischen Analysen oft die Wirkungsrichtungen der betrachteten Modellvariablen a priori nicht bekannt sind, wurden zur Prüfung dieses Sachverhalts verschiedene Tests vorgeschlagen [z.B. Maddala (2001) 375-381], wobei der von Granger (1969) am häufigsten angewendet wird. Der Einfachheit halber unterstellt die folgende Analyse im wesentlichen zwei Zeitreihen $y_t$ und $x_t$ (t = 1, 2, ..., T). $x_t$ wird als Granger-kausal für $y_t$ bezeichnet, wenn Prognosen der Werte von $y_t$ unter Berücksichtigung der Vergangenheitswerte von $x_t$ zu kleineren Prognosefehlern führen, als wenn ausschließlich Vergangenheitswerte von $y_t$ zur Prognose Berücksichtigung finden. Es geht damit um die mögliche bessere Prognostizierbarkeit von $y_t$, wenn verzögerte Werte von $x_t$ zusätzlich als Regressoren benutzt werden. Alle übrigen relevanten Informationen sollen dabei gleich bleiben [Granger (1969) 428-429]. Das Konzept beruht also darauf, daß die Ursache der Wirkung zeitlich nicht nachfolgt. Das Konzept der Granger-Kausalität ist prinzipiell und im Hinblick auf Anwendungen [vgl. Kapitel 7] nicht ohne Kritik geblieben, was in dieser anwendungsorientiert-methodischen Darstellung aber nicht vertieft werden soll.

Betrachten wir nun die beiden stationären Variablen $y_t$ und $x_t$, die einer vektorautoregressiven Darstellung (VAR) folgen, wobei $y_t$ von eigenen verzögerten und verzögerten Werten von $x_t$ abhängt und vice versa. Dies läßt sich schreiben als

$$y_t = \alpha_{10} + \sum_{k=1}^{p} \alpha_{1k} y_{t-k} + \sum_{k=1}^{p} \beta_{1k} x_{t-k} + \omega_{1t} \tag{1}$$

$$x_t = \alpha_{20} + \sum_{k=1}^{p} \alpha_{2k} y_{t-k} + \sum_{k=1}^{p} \beta_{2k} x_{t-k} + \omega_{2t} \tag{2}$$

Es handelt sich also um ein bivariates VAR(p)-Modell. Dabei wird wegen der einfacheren Darstellung ein einheitlicher Lag der Länge p unterstellt.

Wie in Einzelgleichungen sollen für die latenten Variablen folgende Eigenschaften gelten: $E(\omega_{it}) = 0$, $Var(\omega_{it}) = \sigma_i^2$ und $Cov(\omega_{it}\omega_{is}) = 0$ für i = 1, 2 und $t \neq s$. Außerdem soll zwischen den beiden Gleichungen $Cov(\omega_{1t}\omega_{2s}) = 0$ für $s \neq t$ sein. Allerdings kann es kontemporäre Korrelationen zwischen $\omega_{1t}$ und $\omega_{2t}$, erfaßt durch die Kovarianz $\sigma_{12}$, geben.

Es lassen sich bzgl. der Analyse der Wirkungsrichtungen drei Fälle unterscheiden:

1. Wenn wenigstens einer der $\beta_{1k}$-Werte ungleich Null und $\alpha_{21} = \alpha_{22} = \cdots = \alpha_{2p} = 0$ ist, dann ist X Granger-kausal für Y.
2. Wenn $\beta_{11} = \beta_{12} = \cdots = \beta_{1p} = 0$ und wenigstens einer der $\alpha_{2k}$-Werte ungleich Null ist, dann ist Y Granger-kausal für X.
3. Wenn sowohl wenigstens einer der $\beta_{1k}$-Werte als auch der $\alpha_{2k}$-Werte ungleich Null ist, dann sind X und Y gegenseitig Granger-kausal, d.h. es existieren bidirektionale Wirkungsrichtungen („feedback").

## 3 Stationarisierungsverfahren

Granger [(1969) 431] unterstellt bei der Überprüfung der Wirkungsrichtungen für die betrachteten Variablen Stationarität, um Scheinkausalitäten zu vermeiden und um die Anwendungsvoraussetzungen für Tests zu schaffen. Zeitreihen wirtschaftlicher Sachverhalte weisen aber oft einen erkennbaren Trend und - bei unterjährigen Daten - deutliche Saisonschwankungen auf. Prinzipiell können Trend und/oder Saison deterministischer oder stochastischer Natur sein, d.h. es können entweder trend- oder differenzstationäre Prozesse vorliegen. Dies wird man vor der Schätzung von (1) und (2) in einem ersten Schritt prüfen und dann ggf. geeignete Transformationen vornehmen, um die gewünschten Stationaritätseigenschaften für $x_t$ und $y_t$ zu erreichen.

Liegen ein stochastischer Trend und/oder eine stochastische Saison vor, dann sind $x_t$ und $y_t$ nicht (schwach) stationär, und das Konzept der Granger-Kausalität sollte nicht unmittelbar angewendet werden. Wenn dies dennoch geschieht, kann z.B. „spurious Granger causality" auftreten [He/Maekawa (2001)], weil die Einflüsse von Trend und/oder Saison eine eventuell nicht vorhandene Kausalität widerspiegeln. Auch können die Kausalitätstests unzuverlässige Ergebnisse liefern [Toda/Phillips (1993)].

Man wird deshalb für das weitere Vorgehen zunächst untersuchen, ob für die Datenreihen eine stochastische oder eine deterministische Modellierung angezeigt ist. Dies läßt sich mit Hilfe von Einheitswurzel-Tests bewerkstelligen. Hierbei ist zu unterscheiden, ob Jahresdaten oder unterjährige Daten vorliegen.

### 3.1 Jahresdaten

Bei Jahresdaten kann der häufig benutzte ADF-Test [Augmented-Dickey-Fuller-Test] verwendet werden [Dickey/Fuller (1979, 1981)], um zwischen trend- und differenzstationären Zeitreihen zu trennen und ggf. den Integrationsgrad von $y_t$ und $x_t$ festzustellen.

Um etwa die Nullhypothese zu testen, daß die Zeitreihe $y_t$ integriert vom Grad 1 [I(1)] ist, gegen die Alternativhypothese, daß $y_t \sim I(0)$ oder (differenz-)stationär ist, wird folgende Gleichung geschätzt

$$(1-L)\,y_t = \mu + \alpha t + \gamma y_t + \sum_{j=1}^{k} \beta_j \left(1-L^i\right) y_t + \varepsilon_t \tag{3}$$

Hierbei ist L der Lag-Operator mit

$$L^i y_t = y_{t-i}\,.$$

Nach der Schätzung läßt sich für Gleichung (3) $H_0 : \gamma = 0$ gegen $H_1 : \gamma < 0$ testen, z.B. mit der $\tau$-Statistik von Dickey-Fuller. Wird $H_0$ abgelehnt, so schließt man auf die Stationarität von $y_t$, d.h. $y_t$ ist I (0). Wird $H_0$ nicht abgelehnt, sind erste Differenzen zu bilden, und mit diesen ist zu testen, ob $H_0$ abgelehnt werden kann [ausführliches Testschema z.B. bei Enders (2004) 213 f.]. Die Zahl der notwendigen Differenzenbildung bis zur Ablehnung von $H_0$ zeigt den Integrationsgrad I(d) an.

Als Modifikation des Dickey-Fuller-Einheitswurzel-Tests läßt sich der Phillips-Perron-Test (1988) benutzen. Statt Autokorrelation in $\varepsilon_t$ durch eine entsprechende Zahl von Lags in (3) zu eliminieren, werden hier die $\tau$-Prüfgrößen so angepaßt, daß mögliche Autokorrelation in den latenten Variablen berücksichtigt werden kann.

Kommt man nach einem dieser Tests zu dem Ergebnis, daß es sich um trendstationäre Prozesse handelt, so lassen sich traditionelle Verfahren zur Stationarisierung benutzen. Beispielsweise mit Hilfe eines Exponential-Smoothing 2. Ordnung oder einer einfachen Trendmodellierung mit KQ-Schätzung gelangt man zu (trend-)stationären Zeitreihen-Restwerten, die dann zur Prüfung der Granger-Kausalität in (1) und (2) geeignet sind. Andernfalls lassen sich durch ein- oder zweimalige Differenzenbildung (differenz-)stationäre Werte von $x_t$ und $y_t$ erreichen, die dann ggf. in Kointegrationsansätzen [s. Kapitel 5] zur Prüfung der Granger-Kausalität Verwendung finden.

### 3.2 Unterjährige Daten

Liegen unterjährige, saisonbehaftete Zeitreihenwerte vor, so kann zur Stationäritätsprüfung auf den von Hylleberg/Engle/Granger/Yoo (1990) entwickelten, sog. HEGY-Test auf saisonale Einheitswurzeln, zurückgegriffen werden [anwendungsorientierte Darstellungen z.B. bei Enders (2004) 195-199 und Franses (1999) 107-108; eine Erweiterung des HEGY-Tests liefern Rodrigues/Taylor (2004)].

Um die Integrationseigenschaften der unterjährigen, saisonbehafteten Zeitreihenwerte $y_t$ zu klären, geht man bei Quartalsdaten von der folgenden - etwa mit der KQ-Methode zu schätzenden - Regressionsgleichung aus

$$\begin{aligned}\left(1-L^4\right)y_t &= \alpha+\beta t+\sum_{i=2}^{4}\gamma_i S_{it}+\pi_1 y_{1t-1}+\pi_2 y_{2t-1}+\pi_3 y_{3t-2}+\pi_4 y_{3t-1}\\ &\quad+\sum_{i=1}^{k}\left(1-\alpha_i L^i\right)y_t+\varepsilon_{1t}\end{aligned} \tag{4}$$

Die ersten drei Terme der rechten Seite in (4) bilden mit $\alpha$ als Absolutglied, t dem Trend und S den Saisondummies die möglicherweise vorhandenen deterministischen Teile der Zeitreihe ab. Die Lag-Länge des AR-Teils (vorletzter Term) wird so gewählt, daß $\varepsilon_{1t}$ White-Noise-Eigenschaft hat. Die restlichen Terme mit den $\pi$-Koeffizienten stellen den möglicherweise vorhandenen stochastischen Teil der Zeitreihe dar. Mit dem Lag-Operator L bedeuten diese Terme

$$
\begin{aligned}
y_{1t-1} &= \left(1+L+L^2+L^3\right)y_{t-1} = y_{t-1}+y_{t-2}+y_{t-3}+y_{t-4}\\
y_{2t-1} &= -\left(1-L+L^2-L^3\right)y_{t-1} = -y_{t-1}+y_{t-2}-y_{t-3}+y_{t-4}\\
y_{3t-2} &= -\left(1-L^2\right)y_{t-2} = -y_{t-2}+y_{t-4}\\
y_{3t-1} &= -\left(1-L^2\right)y_{t-1} = -y_{t-1}+y_{t-3}.
\end{aligned}
$$

Die Parameter $\pi_i$ sind Null, wenn die zugehörigen Wurzeln der AR-Polynome auf dem Einheitskreis liegen. Wenn $\pi_1 = 0$ ist, dann kann die Nullhypothese: „Nichtsaisonale Einheitswurzel liegt vor“ nicht abgelehnt werden. Wenn $\pi_2 = 0$ ist, dann liegt eine halbjährige Einheitswurzel vor. Die t-Tests hierfür werden mit $t(\pi_1)$ bzw. $t(\pi_2)$ bezeichnet. Wenn entweder $\pi_3$ oder $\pi_4$ gleich Null ist, dann kann mit einer F-Statistik $[F(\pi_3, \pi_4)]$ für die verbundene Nullhypothese $\pi_3 \cap \pi_4 = 0$ auf eine einjährige Einheitswurzel geprüft werden. Es werden also drei Nullhypothesen gegen ihre Alternativen getestet:

1) $H_0: \pi_1 = 0 \qquad H_1: \pi_1 < 0$

2) $H_0: \pi_2 = 0 \qquad H_1: \pi_2 < 0$

3) $H_0: \pi_3 = \pi_4 = 0 \qquad H_1: \pi_3 \neq 0 \;\text{ und/oder }\; \pi_4 \neq 0.$

Führen diese drei Tests zu nicht signifikant von Null verschiedenen Ergebnissen, so kann die Nullhypothese saisonaler Instationarität nicht abgelehnt werden.

Diese Testprozedur ist für alle betrachteten saisonbehafteten Variablen - hier $y_t$ und $x_t$ - durchzuführen. Bei Nichtablehnung der Nullhypothesen wird man anschließend den Integrationsgrad der Variablen ermitteln und diese durch entsprechende Differenzenbildung stationarisieren. Mit diesen so stationarisierten Variablen kann man in den Gleichungen (1) und (2) auf Granger-Kausalität prüfen.

Als Alternative lassen sich - ausgehend von den Autokorrelations- und partiellen Autokorrelationsfunktionen der Originaldaten - saisonale ARIMA-Ansätze betrachten [z.B. Green/Albrecht (1979) 157-161], die neben der üblichen Differenzenbildung bei Jahresdaten zur Ausschaltung des Trends eine saisonale Differenzenbildung vornehmen, d.h. bei Quartalsdaten

$$\Delta_1 \Delta_4 y_t = (1-L)\left(1-L^4\right) y_t \tag{5}$$

wobei $\Delta$ der Differenzoperator und L wiederum der Lagoperator ist. Nach Stationarisierung der Originaldaten können mit den $\Delta_1\Delta_4$-Werten die Gleichungen (1) und (2) im Rahmen eines VAR-Ansatzes geschätzt werden.

Wird im ersten Schritt bei der Prüfung auf (saisonale) Einheitswurzel $H_0$ abgelehnt, so ist zu untersuchen, ob deterministische Trends und/oder Saisonkomponenten vorliegen. Hier wird im einfachsten Fall für jede Variable zunächst auf Signifikanz des linearen Trends und - bei Quartalsdaten - der Saisondummies mit

$$y_t = \alpha + \beta t + \gamma_2 S_{2t} + \gamma_3 S_{3t} + \gamma_4 S_{4t} + \varepsilon_{2t} \tag{6}$$

geprüft. Nach Schätzung von Gleichung (6) und anschließender Auflösung nach $\varepsilon_{2t}$ lassen sich die berechneten $\hat{\varepsilon}_{2t}$-Werte bestimmen. Sie dienen danach als trend-/saison-stationäre Input-Größen für die Prüfung der Granger-Kausalitäten in (1) und (2).

Eine weitere „deterministische Möglichkeit" zur Modellierung von Trend und Saison stellt das Exponential-Smoothing-Verfahren nach Holt-Winters dar. Unterstellt man dabei eine multiplikative Verknüpfung von Trend und Saison, so läßt sich die Bestimmungsgleichung als

$$y_{t+m} = (\alpha_t + \beta_t \cdot m) \cdot S_{t+m} + \varepsilon_{3t} \qquad m = 1, 2, \ldots \tag{7}$$

schreiben. Dabei stellen $\alpha_t$ den Grundwert, $\beta_t$ den Trendwert und $S_t$ den jeweiligen Saisonfaktor dar [Berechnung dieser Größen z.B. bei Stier (2001) 29]. Jetzt läßt sich der berechnete $\hat{\varepsilon}_{3t}$-Wert als stationäre Inputvariable für die Gleichungen (1) und (2) einsetzen.

Je nachdem, ob differenzstationäre oder trendstationäre Zeitreihen vorliegen, wird man also die Datenreihen im ersten Schritt durch unterschiedliche Verfahren stationarisieren. Es muß bei allen Verfahren gelten, daß die für (1) und (2) benutzten Variablenwerte für $t = 1, 2, \dots, T$ einen Erwartungswert von Null, eine konstante Varianz und eine Kovarianz haben, die nur von der Laglänge zwischen den Variablenwerten, aber nicht von t, abhängt.

## 4 Prüfung auf Granger-Kausalität

Ist die Stationarisierung nach einer der in Kapitel 3 beschriebenen Prozeduren erreicht, so folgt die eigentliche Prüfung der Granger-Kausalität. Die $\omega_t$-Werte in den Gleichungen (1) und (2) sollten White-Noise Eigenschaft besitzen. Dies läßt sich meist durch eine entsprechende Anzahl von Lags bei $\Delta y_{t-i}$ bzw. $\Delta x_{t-i}$ $(i = 1, 2, \dots)$ erreichen.

Um für den 1. Fall bei der Prüfung der Wirkungsrichtung die Nullhypothese „$H_0$ : X ist nicht Granger-kausal für Y“ zu testen, überprüft man, ob in (1) $\beta_{1k} = 0$ für $k = 1, 2, \dots, p$ ist. Man schätzt z.B. mit der KQ-Methode für die erste Hypothese Gleichung (1), erhält hieraus die unrestringierte Residuenquadratsumme $(SSE_u)$ und schätzt dann Gleichung (1) als autoregressiven Prozeß, d.h. bei Annahme $\beta_{1k} = 0$ $(k = 1, 2, \dots, p)$, woraus man die restringierte Residuenquadratsumme $(SSE_r)$ berechnet. Für den 2. Fall der umgekehrten Fragestellung würde man in Gleichung (2) $\alpha_{2k} = 0$ $(k = 1, 2, \dots, p)$ prüfen und analoge Schätzungen zum 1. Fall durchführen.

Als Teststatistik für $H_0$ kann man die F-verteilte Prüfgröße [z.B. Hamilton (1994) 305]

$$F = \frac{(SSE_R - SSE_u)/p}{SSE_u/(T - 2p - 1)} \tag{8}$$

mit p und T−2p−1 Freiheitsgraden oder als Alternative die Lagrange-Multiplikator (LM)-Statistik

$$LM = \frac{(SSE_r - SSE_u)/r}{SSE_r/T} \tag{9}$$

die $\chi^2$-verteilt ist mit r Freiheitsgraden, oder den Wald-Test benutzen, wenn die latenten Variablen normalverteilt sind [Hamilton (1994) 429-430; weitere Tests bei Geweke/Meese/Dent (1983)].

## 5 Kointegrationsansätze

Die in Kapitel 3 vorgestellten Verfahren zur Stationarisierung der betrachteten Zeitreihen eliminieren den Trend und damit aber auch die Langfrist-Informationen in den Datenwerten. Es liegt deshalb nahe, bei Vorliegen differenzstationärer Prozesse diese auf Kointegration zu prüfen und ggf. ein Fehlerkorrektur-Modell im Rahmen der Granger-Kausalität zu formulieren.

Der Kointegrationsansatz stellt ein Instrumentarium zur Verfügung, um langfristige, gleichgerichtete Bewegungen bei Zeitreihenvariablen in einer Langfrist-Gleichgewichts-Beziehung zu analysieren. Selbst wenn die Variablen nichtstationär (stochastischer Trend) und ihre Differenzen stationär sind, impliziert Kointegration die Existenz eines langfristigen Gleichgewichts, zu dem das ökonomische System im Zeitablauf konvergiert.

### 5.1 Engle-Granger-Ansatz

Wenn die zwei betrachteten Variablen $y_t$ und $x_t$ nichtstationär sind und integriert vom Grad Eins [I(1)], dann besteht die Möglichkeit, daß sie kointegriert sind. Nach Engle/Granger (1987) sind zwei I(1)-Datenreihen kointegriert, wenn es eine Linearkombination zwischen ihnen gibt, die zu einer stationären Zeitreihe [I(0)] führt. Damit muß es bei einem Paar von I(1)-Variablen, die kointegriert sind, eine Granger-Kausalität wenigstens in einer Richtung geben [Granger (1988) 202-204]. Engle/Granger [(1987) 259] weisen darauf hin, daß bei Vorliegen von Kointegration [und I(1)-Datenreihe] eine VAR-Schätzung aufgrund erster Differenzen ein falsches Bild vermittelt, da erst durch Aufnahme eines Fehlerkorrektur-Terms [ECT $\hat{=}$ Error-Correction-Term] die langfristigen Beziehungen zwischen den betrachteten Zeitreihen erfaßt werden.

Granger-Kausalitäts-Tests erfordern deshalb die Formulierung eines Vektor-Fehlerkorrektur-Modells [VECM]. Für den Fall, daß $y_t$ und $x_t$ jeweils integriert vom Grad Eins [I(1)] sind, lassen sich die Gleichungen (1) und (2) damit schreiben als

$$\begin{aligned}\Delta y_t &= \alpha_{10} + \alpha_{11}\Delta y_{t-1} + \ldots + \alpha_{1p}\Delta y_{t-p} + \beta_{11}\Delta x_{t-1} + \ldots \\ &\quad + \beta_{1p}\Delta x_{t-p} + \gamma_1 ECT_{t-1} + \omega_{3t}\end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}\Delta x_t &= \alpha_{20} + \alpha_{21}\Delta y_{t-1} + \ldots + \alpha_{2p}\Delta y_{t-p} + \beta_{21}\Delta x_{t-1} + \ldots \\ &\quad + \beta_{2p}\Delta x_{t-p} + \gamma_2 ECT_{t-1} + \omega_{4t}\end{aligned} \tag{11}$$

ECT ist der zeitverzögerte Fehlerkorrekturterm $\left(y_{t-1} - \alpha - \delta x_{t-1}\right)$ [siehe Gleichung (12)], der die langfristige Kointegrationsbeziehung darstellt. Dieser Term aus der Periode $t-1$ bestimmt die Werte von $\Delta y$ und/oder $\Delta x$ in der Periode t mit.

Um für $\omega_{3t}$ und $\omega_{4t}$ White-Noise-Eigenschaft zu erreichen, läßt sich die Lag-Länge p mit Hilfe von Informationskriterien, z.B. nach Akaike oder Schwarz, bestimmen [z.B. Maddala (2001) 527].

Liegen nur zwei Variablen zur Granger-Kausalitäts-Prüfung vor, so ist das zweistufige Engle-Granger-Verfahren (EG-ADF) [Engle/Granger (1987) 260-270] zur Schätzung benutzbar: Hierzu prüft man zunächst die Variablen $x_t$ und $y_t$ separat auf ihren Integrationsgrad [siehe Kapitel 3]. Haben beide den gleichen Integrationsgrad, so schätzt man die Kointegrationsregression

$$y_t = \alpha + \delta x_t + \omega_{5t} \tag{12}$$

Danach wird, z.B. mit dem EG-ADF-Test auf Kointegration, $\omega_{5t}$ auf I(0) getestet. Will man das Konzept auf drei Variablen $y_t$, $x_{1t}$ und $x_{2t}$, wobei jede I(1) sei, erweitern und bzgl. Granger-Kausalitäten untersuchen, führt dies statt zu zwei Gleichungen (1) und (2) zu drei Ausgangsgleichungen. Man prüft dann, ob die Linearkombination $y_t - \alpha - \delta_1 x_{1t} - \delta_2 x_{2t}$ stationär, d.h. I(0), ist [einen Kointegrationsansatz bei unterjährigen Daten mit Saisonschwankungen zeigen Hylleberg/Engle/Granger/Yoo (1990) 228-237].

Bei drei und mehr Variablen läßt sich die EG-ADF-Prozedur wie oben skizziert benutzen, wobei die Kointegrations-Gleichung (12) so modifiziert wird, daß $x_{1t}, x_{2t}, \ldots, x_{mt}$ als Regressoren erscheinen. Allerdings ist der Kointegrationsvektor der Koeffizienten $\delta$ nicht eindeutig: Bei n I(1)-Variablen können zwischen ihnen bis zu n−1 linear unabhängige Beziehungen, die I(0) sind, bestehen. Gleichzeitig ist jede Linearkombination zwischen diesen Beziehungen definitionsgemäß ebenfalls I(0).

### 5.2 Johansen-Ansatz

Nicht nur deshalb benutzt man statt der EG-ADF-Prozedur eine multivariate Verallgemeinerung von Johansen [(1988), (1991), Johansen/Juselius (1990)] [im einzelnen z.B. Stewart/Gill (1998) 324-341].

Die multivariate Erweiterung von (10)-(11) läßt sich schreiben als

$$\Delta \mathbf{z}_t = \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\Gamma}_1 \Delta \mathbf{z}_{t-1} + \boldsymbol{\Gamma}_2 \Delta \mathbf{z}_{t-2} + \ldots + \boldsymbol{\Gamma}_{p-1} \Delta \mathbf{z}_{t-p+1} + \boldsymbol{\Pi} \mathbf{z}_{t-1} + \boldsymbol{\omega}_{6t} \tag{13}$$

Hierbei ist $\mathbf{z}_t$ ein (n x 1)-Spaltenvektor der im Modell befindlichen n Variablen, $\boldsymbol{\mu}$ ist der (n x1)-Spaltenvektor der Absolutglieder. $\boldsymbol{\Gamma}$ repräsentiert die Koeffizientenmatrizen für die Kurzfrist-Beziehung bei den gelagten Differenzen, wobei $\boldsymbol{\Gamma}_i = -\mathbf{I} + \boldsymbol{\Gamma}_1 + \boldsymbol{\Gamma}_2 + \ldots + \boldsymbol{\Gamma}_i$ mit $i = 1, 2, \ldots p$. Außerdem ist $\boldsymbol{\omega}_{6t} \sim N(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma})$. $\boldsymbol{\Pi}$ stellt die Koeffizientenmatrix über die Langfrist-Beziehung dar [vgl. im einzelnen z.B. Charezma/Deadman (1997) 170-176].

Es kann bei n Variablen $r^* \leq n - 1$ linear unabhängige Kointegrationsvektoren geben, die in der $n \text{ x } r^*$-Kointegrationsmatrix zusammengefaßt werden. Wenn $\mathbf{z}_t$ ein Vektor der n I(1)-Variablen ist, wobei $r^*$ lineare Kombinationen von $\mathbf{z}_t$ stationär sind, dann ist

$$\boldsymbol{\Pi} = \boldsymbol{\gamma} \boldsymbol{\delta}' \tag{14}$$

Dabei sind $\boldsymbol{\gamma}$ und $\boldsymbol{\delta}$ $n \times r^*$-Matrizen, $\boldsymbol{\gamma}$ repräsentiert die Matrix der Gewichte, mit der jeder der Kointegrationsvektoren in jeder der $\Delta\mathbf{z}_t$-Gleichungen eingeht, und $\boldsymbol{\delta}'$ stellt die Matrix der Kointegrationsvektoren dar.
Der Johansen-Ansatz basiert auf einer ML-Schätzung von (13) unter der Bedingung (14) für ein gegebenes r. Die $\hat{\omega}_{6t}$-Werte dienen danach zur Berechnung zweier Likelihood-Ratio-(LR-)Tests: dem Spur-(Trace-)Test und dem Test des maximalen Eigenwerts. Kritische Werte für beide Tests, die im folgenden skizziert werden, finden sich bei Osterwald-Lenum [(1992) 462-470].

Beim Spur-Test seien die (theoretischen) Eigenwerte der Matrix $\boldsymbol{\delta}$ in absteigender Ordnung mit $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \ldots \geq \lambda_n$ angegeben. Dann lassen sich die (geschätzten) Eigenwerte $\hat{\lambda}_1 \geq \hat{\lambda}_2 \geq \ldots \geq \hat{\lambda}_n$ benutzen, um Hypothesen über den Rang von $\boldsymbol{\Pi}$ zu testen. Um z.B. die Nullhypothese $H_0:\ r^* \leq r_0^*$ gegen $H_1:\ r_0^* \leq r^* \leq n$ zu prüfen, läßt sich die Spur-Test-Prüfgröße

$$\lambda_{Spur} = -T \sum_{j=r_0+1}^{n} \lg\left(1-\hat{\lambda}_j\right) \tag{15}$$

anwenden. Sie prüft, ob der kleinste der $n - r_0^*$ Eigenwerte signifikant von Null verschieden ist. Man wird also zunächst $H_0:\ r^* = 0$ gegen $H_1:\ r^* > 0$ testen. Ist der berechnete Wert aus (15) kleiner als der kritische Wert, kann $H_0$ nicht abgelehnt werden. Andernfalls wird $H_0$ abgelehnt, und man prüft im nächsten Schritt $H_0:\ r^* \leq 1$ gegen $H_1:\ r^* > 1$. Wenn $H_0$ nicht abgelehnt werden kann, wird $r^* = 1$ angenommen, andernfalls wird $H_0:\ r^* \leq 2$ gegen $H_1:\ r^* > 2$ getestet. Da die maximale Zahl der Kointegrationsvektoren mit nichtstationären Variablen nicht größer als n − 1 sein kann, wird der Test höchstens bis zu diesem Wert wiederholt, es sei denn, es kann vorher $H_0$ nicht mehr abgelehnt werden.

Der Test des maximalen Eigenwertes mit der Prüfgröße

$$\lambda_{max} = -T \lg\left(1 - \hat{\lambda}_{r_{0+1}}\right) \tag{16}$$

verläuft ähnlich: Man testet $H_0 : r^* \leq r_0^*$ gegen $H_1 : r^* = r_0^* + 1$. Im ersten Schritt wäre $H_0 : r^* = 0$ und $H_1 : r^* = 1$; wird hier $H_0$ abgelehnt, wäre der zweite mögliche Testschritt $H_0 : r^* = 1$ gegen $H_1 : r^* = 2$ usw. Der Rang $r^*$ von $\mathbf{\Pi}$ ist dann festgelegt, wenn $H_0$ nicht mehr abgelehnt werden kann.

### 5.3 Quellen der Granger-Kausalität

Im Falle des einfachen Fehlerkorrektur-Modells (10) [bzw. (11)] kann es zwei mögliche Quellen für Granger-Kausalität geben [Granger (1988) 203; Anwendungen bei Miller/Russek (1990) 223 und Hall/Milne (1994) 600-601], entweder über die $\beta$-Koeffizienten oder durch den $\gamma$-Koeffizienten bei ECT. Im Unterschied zu Gleichung (1) [bzw. (2)] kann also im ECT-Ansatz eine Granger-kausale Relation gefunden werden, selbst wenn die $\beta$-[$\alpha$-]Koeffizienten nicht signifikant sind. Der $\gamma$-Koeffizient bei ECT mißt die langfristige Granger-Beziehung, während die $\beta$'s [$\alpha$'s] bei Signifikanz auf kurzfristige Granger-Beziehungen hindeuten.

Nach Schätzung der unrestringierten Form (10) und der restringierten Gleichung mit $\beta_{11} = \beta_{12} = \ldots = \beta_{1p} = 0$ [und danach mit der gleichen Prozedur für Gleichung (11)] lassen sich die Prüfgrößen (8) bzw. (9) berechnen.

Wird dabei für Gleichung (10) $H_{01}$ [vgl. Tabelle] abgelehnt, und ist der Koeffizient bei ECT $(\gamma_1)$ signifikant negativ, so gibt es sowohl eine lang- als auch eine kurzfristige Granger-kausale Beziehung von $x_t$ auf $y_t$. Kann $H_0$ nicht abgelehnt werden, und ist $\gamma_1$ signifikant negativ von Null verschieden, so gibt es nur langfristige Granger-kausale Effekte von $\Delta x_t$ auf $\Delta y_t$.

**Tabelle**: Prüfung der kurz- und langfristigen Granger-Kausalität

| Abhängige Variablen \ Unabhängige Variablen | $\Delta y_{t-k}$ | $\Delta x_{t-k}$ | ECT |
|---|---|---|---|
| $\Delta y_t$ [Gleichung (10)] | – | $H_{01}: \beta_{11} = \beta_{12} = \ldots = \beta_{1p} = 0$ | $\gamma_1$ |
| $\Delta x_t$ [Gleichung (11)] | $H_{02}: \alpha_{21} = \alpha_{22} = \ldots = \alpha_{2p} = 0$ | – | $\gamma_2$ |

Fehlt die Signifikanz von $\gamma_1$, und wird $H_{01}$ abgelehnt, so lassen sich kurzfristige Granger-kausale Wirkungen von $\Delta x_t$ auf $\Delta y_t$ annehmen. Für Gleichung (11) gelten für die Wirkungen von $\Delta y_t$ auf $\Delta x_t$ die analogen Überlegungen.

Wenn die betrachteten Variablen integriert sind [es liegen Einheitswurzeln vor], dann sollte zur Granger-Kausalitätsprüfung der herkömmliche F-Test (8) nicht benutzt werden. Weiterentwicklungen [z.B. Toda/Phillips (1993)], die eine Anwendung ermöglichen, sind umständlich zu handhaben und anzuwenden [Rambaldi/Doran (1996) 1]. Sims, Stock und Watson [(1990)] zeigen zwar, daß die $\chi^2$-verteilte Prüfgröße (9) auch zur Granger-Kausalitäts-Prüfung bei der Benutzung von Niveaugrößen im VAR-Ansatz herangezogen werden kann, wenn die Datenreihen kointegriert sind und ECT die Variable enthält, die bei Gültigkeit von $H_0$ ausgeschlossen wird. Dieses Verfahren erfordert aber vorherige Tests auf Kointegration und ist bei gemischten Integrationsgraden der beteiligten Zeitreihen nicht anwendbar.

## 6 Toda-Yamamoto-Ansatz

Ein von Toda/Yamamoto (1995) vorgeschlagener Ansatz vermeidet durch Benutzung von Niveauvariablen die eben genannten Nachteile. Es wird stattdessen ein modifizierter Wald-Test entwickelt, der Restriktionen bei Parametern eines VAR(p)-Modells benutzt. Die Wald-Prüfgröße [siehe Kapitel 4] ist asymptotisch $\chi^2$-verteilt mit r Freiheitsgraden (Zahl der Nullrestriktionen). Rambaldi/Doran [(1996)], Zapata/Rambaldi [(1997)] und Yamada/Toda

[(1998)] zeigen aufgrund von Simulationen die gute Brauchbarkeit der Toda-Yamamoto-Prozedur.

Die Kausalitätsprüfung erfolgt hierbei in zwei Schritten: Im ersten Schritt werden die Lag-Länge k (z.B. mittels eines Informationskriteriums) und der maximale Integrationsgrad d(max) sämtlicher betrachteten Variablen festgelegt. Danach kann die Schätzung eines VAR(p)-Modells aufgrund der Gleichungen (1) und (2) und ihren Restriktionen mit Niveauvariablen und p = k + d(max) Lags erfolgen. Eine Prüfung des datengenerierenden Prozesses ist nicht erforderlich [Toda/Yamamoto (1995) 230].

Im zweiten Schritt wird der Granger-Kausalitätstest in jeder Gleichung durchgeführt. Da der Integrationsgrad bei Zeitreihen wirtschaftlicher Sachverhalte meist den Wert 2 nicht übersteigt, läßt sich oft d(max) = 2 annehmen. Angenommen, für Gleichung (1) habe sich - z.B. aufgrund des Schwarz-Kriteriums - eine Lag-Länge von k = 4 ergeben, um für $\omega_{1t}$ White-Noise-Eigenschaft zu erreichen. Der Integrationsgrad von $x_t$ und $y_t$ sei jeweils I(1). Dann würde Gleichung (1) mit p = 5 geschätzt und die Restriktion $H_0: \beta_{11} = \beta_{12} = \beta_{13} = \beta_{14} = 0$ mit der $\chi^2$-verteilten Prüfgröße bei 4 Freiheitsgraden getestet.

Es handelt sich somit um die Schätzung eines SUR [Seemingly Unrelated Regressions]-VAR-Modells [Rambaldi/Doran (1996) 8].
Die Verfahrensweise hat den Vorteil, daß die Kointegrationseigenschaften nicht geprüft werden müssen. Es können die bekannte Prüfgröße (zumindest für große Stichproben) und die übliche Prozedur zur Auswahl der Lag-Länge verwendet werden, selbst wenn keine Kointegration vorliegt - jedenfalls solange der Integrationsgrad die wahre Lag-Länge des Modells nicht übersteigt [Toda/Yamamoto (1995) 225]. Damit steht - wenn differenzstationäre Prozesse vorliegen - eine einfache, mit Standardprozeduren auf der Grundlage von Niveauvariablen durchzuführende Granger-Kausalitätsprüfung zur Verfügung.

# 7 Anwendungsprobleme

Das Konzept der Granger-Kausalitätsprüfung ist nicht ohne Kritik geblieben [Hendry (1995) 176; Lütkepohl (1991) 40-43; Patterson (2000) 540-542]. So kann für eine Variable X festgestellt worden sein, daß sie Granger-kausal für Y ist, bei Einbeziehung einer weiteren Variablen Z diese Eigenschaft aber wieder verloren geht: Die scheinbare Beziehung zwischen X und Y war durch den Ausschluß von Z verursacht worden. Die Berechnung/Prognose einer abhängigen Variablen sollte aber auf allen möglichen Informationen beruhen. Wenn alle übrigen Informationen gleichbleiben [Granger (1969) 428 f.], so kann dies zu Fehlspezifikation der Gleichungen und unkorrekten Schlußfolgerungen führen, weil durch Ausschluß der Variablen Z als Bestimmungsgröße für Y wichtige Informationen verloren gehen. Die Aufstellung der Modellgleichungen sollte deshalb möglichst unter Berücksichtigung ökonomischer Theorien erfolgen, da sie bei der Spezifikation weiterhelfen können. Ebenso bedeutet es eine Einschränkung, daß nur Vergangenheitswerte $x_{t-1}, x_{t-2},\ldots$ auf den Gegenwartswert $y_t$ wirken. Dadurch werden bei diesem Konzept bestimmte Informationen von vornherein ausgeschlossen: Zukünftige (Erwartungs-) Größen $x_{t+1}$ und Gegenwartswerte $x_t$, die einen Einfluß auf $y_t$ haben können, bleiben unberücksichtigt.

Im Zuge der Analyse sind oft umfangreiche Transformationen der Ausgangsvariablen (z.B. Differenzbildung, Logarithmierung) nötig. Auch wenn die aus diesen Transformationen resultierenden Größen Granger-kausal sind, muß dies für die ursprünglichen Zeitreihenwerte nicht unbedingt gelten [Kirchgässner (1981) 45]. Die Prüfung erfolgt nämlich immer nur aufgrund der in der VAR-Formulierung letztendlich benutzten (transformierten) Datenwerte. Eine Aussage über die Granger-Kausalität soll aber über die Ursprungsvariablen getroffen werden.

Es hat sich gezeigt, daß das Ergebnis der Granger-Kausalitätsprüfung sensitiv gegenüber der Wahl des maximalen Lags p in den VAR-Gleichungen reagieren kann. Auch wenn hier Informationskriterien zur groben Lag-Längenbestimmung helfen können (die verschiedenen Kriterien führen allerdings oft zu unterschiedlichen Lag-Längen), so ist dies wiederum ein Spezifikationsproblem.

Die Anwendung des Granger-Kausalitätstests erfolgt außerdem oft ohne Prüfung der Annahmen, die der Modellschätzung zugrunde liegen - wie z.B. Konstanz der Parameter oder Homoskedastie.

## 8 Fazit

Granger unterstellt bei seinem Kausalitätskonzept stationäre Daten. Da vorliegende Zeitreihendaten oft aber mit einem Trend (und/oder einer Saisongröße) behaftet sind, müssen sie stationarisiert werden. Hierbei ist zu unterscheiden, ob Jahreswerte oder unterjährige Daten vorliegen. Über Einheitswurzeltests läßt sich feststellen, ob deterministische oder stochastische Einflüsse eine Rolle spielen. Je nachdem, welche Art von Trend vorliegt, wendet man unterschiedliche „Stationarisierungsprozeduren“ an, bevor die Granger-Kausalitätsprüfung erfolgt. Die Eliminierung des Trends/der Saison bedeutet allerdings einen Informationsverlust, der bei differenzstationären Prozessen durch Formulierung eines Fehlerkorrektur-Modells vermieden wird. Hierbei läßt sich zwischen einer lang- und kurzfristigen Granger-Kausalität unterscheiden. Diese Verfahrensweise ist allerdings aufwendig.

Als Alternative zeigen Toda/Yamamoto, wie man den Granger-Ansatz mit Niveauvariablen ohne Prüfung auf Einheitswurzeln benutzen kann, wobei die zugehörigen Tests ihre Anwendbarkeit nicht verlieren. Dies erscheint - wenn man die Kritik an diesem Kausalitätskonzept im Auge behält - als ein einfacher, erfolgversprechender Weg zur Granger-Kausalitätsprüfung.

## Literatur

**Charezma, W.W./Deadman, D.F.** (1997) New Directions in Econometric Practice, 2nd ed., Cheltenham (UK)/Lyme (US): Edward Elgar

**Dickey, D.A./Fuller, W.A.** (1979) Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with Unit Root, Journal of the American Statistical Association 74, 427-431

**Dickey, D.A./Fuller, W.A.** (1981) Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root, Econometrica 49, 1057-1072

**Enders, W.** (2004) Applied Econometric Time Series, 2nd ed., Hoboken (NJ): Wiley

**Engle, R.F./Granger, C.W.J.** (1987) Cointegration and Error Correction Representation: Estimation and Testing, Econometrica 55, 251-276

**Franses, P.H.** (1999) Time Series Models for Business and Economic Forecasting, Cambridge (UK): University Press

**Geweke, J./Meese, R./Dent, W.** (1983) Comparing Alternative Tests of Causality in Temporal Systems: Analytic Results and Experimental Evidence, Journal of Econometrics 21, 161-194

**Granger, C.W.J.** (1969) Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods, Econometrica 37, 424-436

**Granger, C.W.J.** (1988) Some Recent Developments in a Concept of Causality, Journal of Econometrics 39, 199-211

**Green, R.J./Albrecht, G.R.** (1979) Testing for Causality in Regional Econometric Models, International Regional Science Review 4, 155-164

**Hall, S.G./Milne, A.** (1994) The Relevance of P-Star Analysis to UK Monetary Policy, The Economic Journal 104, 597-604

**Hamilton, J.D.** (1994) Time Series Analysis, Princeton (N.J.): University Press

**He, Z./Maekawa, J.** (2001) On Spurious Granger Causality, Economics Letters 73, 307-313

**Hendry, D.F.** (1995) Dynamic Econometrics, Oxford: University Press

**Hylleberg, S./Engle, R.F./Granger, C.W.J./Yoo, B.S.** (1990) Seasonal Integration and Cointegration, Journal of Econometrics 44, 215-238

**Johansen, S.** (1988) Statistical Analysis of Cointegration Vectors, Journal of Economic Dynamics and Control 12, 231-254

**Johansen, S.** (1991) Estimation and Hypothesis Testing of Cointegration Vectors in Gaussian Vector Autoregressive Models, Econometrica 59, 1551-1580

**Johansen, S./Juselius, K.** (1990) Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration - with Applications to the Demand for Money, Oxford Bulletin of Economics and Statistics 52, 169-210

**Kirchgässner, G.** (1981) Einige neuere statistische Verfahren zur Erfassung kausaler Beziehungen zwischen Zeitreihen, Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht

**Lütkepohl, H.** (1991) Introduction to Multiple Time Serie Analysis, Berlin usw.: Springer

**Maddala, G.S.** (2001) Introduction to Econometrics, 3rd ed., Chichester usw.: Wiley

**Miller, S.M./Russek, F.S.** (1990) Co-Integration and Error-Correction Models: The Temporal Causality between Government Taxes and Spending, Southern Economic Journal 57, 221-229

**Osterwald-Lenum, M.** (1992) A Note with Quantiles of the Asymptotic Distribution of the Maximum Likelihood Cointegration Rank Test, Oxford Bulletin of Economics and Statistics 54, 461-471

**Patterson, K.** (2000) An Introduction to Applied Econometrics, Basingstoke/London: MacMillan Press

**Phillips, P.C.B./Perron, P.** (1988) Testing for an Unit Root in Time Series Regression, Biometrika 75, 335-346

**Rambaldi, A.N./Doran, H.E.** (1996) Testing for Granger Non-Causality in Cointegrated Systems Made Easy, Working Papers in Econometrics and Applied Statistics, Department of Econometrics, University of New England Nr. 88

**Rodrigues, P./Taylor, R.** (2004) Alternative Estimators and Unit Root Tests for Seasonal Autoregressive Process, Journal of Econometrics 120, 35-73

**Sims, C.A./Stock, J.H./Watson, M.W.** (1990) Inference in Linear Time Series Models with Unit Roots, Econometrica 58, 113-144

**Stewart, J./Gill, L.** (1998) Econometrics, 2nd ed., London usw.: Prentice Hall

**Stier, W.** (2001) Methoden der Zeitreihenanalyse, Berlin usw.: Springer

**Toda, H.Y./Phillips, P.C.B.** (1993) Vector Autoregressive and Causality, Econometrica 61, 1367-93

**Toda, H.Y./Yamamoto, T.** (1995) Statistical Inference in Vector Autoregressions with Possibly Integrated Processes, Journal of Econometrics 66, 225-250

**Yamada, T./Toda, H.Y.** (1998) Inference in Possibly Integrated Vector Autoregressive Models: Some Finite Sample Evidence, Journal of Econometrics 86, 55-95

**Zapata, H.O./Rambaldi, A.N.** (1997) Monte Carlo Evidence on Cointegration and Causation, Oxford Bulletin of Economics and Statistics 59, 285-298

**Autor:**

Univ.-Prof. Dr. Peter M. Schulze, Leiter des Instituts für Statistik und Ökonometrie, Johannes Gutenberg-Universität Mainz

**Bisher erschienene Arbeitspapiere:**

1 Peter M. Schulze, Prognoseverfahren wissenschaftlicher Institute in der Bundesrepublik Deutschland. Überblick über eine Umfrage (Dezember 1993)

2 Martina Nold / Peter M. Schulze, Möglichkeiten und Grenzen der Quantifizierung der Schattenwirtschaft (April 1994)

3. Armin Seher, Einfluß der Integrationsordnung bei Zeitreihen auf die Spezifikation von Fehlerkorrekturmodellen (Juni 1994)

4 Lars Berg / Armin Gemünden / Frank Hubert / Ralf Leonhardt / Michael Leroudier, Die Situation der Studentenschaft in den Wirtschaftswissenschaften an der Universität Mainz im Frühjahr 1994. Ergebnisse einer Umfrage (August 1994)

5 Christoph Balz, Ein Fehlerkorrekturmodell zur Entwicklung des Kapitelmarktzinses in der Bundesrepublik Deutschland (Oktober 1994)

6 Reinhard Elkmann / Nora Lauterbach / Stephan Wind, Tertiärisierung regionaler Wirtschaftsstrukturen. Eine empirische Analyse kreisfreier Städte und Landkreise in Hessen, Rheinland-Pfalz und dem Saarland (Dezember 1994)

7 Peter M. Schulze / Uwe Spieker, Deutsche Aktienindizes. Statistische Konzepte und Beispiele (Dezember 1994)

8 Armin Seher / Peter M. Schulze, Fehlerkorrekturmodelle und die Bewertung von Aktienkursindizes. Empirische Analyse zur Eignung des Konzepts (Januar 1995)

9 Reinhard Elkmann / Annette Klostermann / Kerstin Lieder, Zur intertemporalen Konstanz der Struktur regionaler Lohn- und Gehaltsniveaus in der Bundesrepublik Deutschland (Mai 1995)

10 Christoph Fischer, Ein Fehlerkorrekturmodell zur Kaufkraftparitätentheorie (März 1996)

11 Ralf Becker / Claudia Müller, Zur Schätzung regionaler Konsumfunktionen (Oktober 1996)

12 Frank Hubert, Klassifizierung der Arbeitsmärkte in den OECD-Ländern mittels Cluster- und Diskriminanzanalyse (April 1997)

13 Frank Hubert, Das Okun'sche Gesetz: Eine empirische Überprüfung für ausgewählte OECD-Länder unter besonderer Berücksichtigung der nationalen Arbeitsmarktordnungen (September 1997)

14 Christoph Balz / Peter M. Schulze, Die Rolle nationaler, regionaler und sektoraler Faktoren für die Variation von Output, Beschäftigung und Produktivität in der Bundesrepublik Deutschland (Dezember 1997)

15 Peter M. Schulze, Steigende Skalenerträge und regionales Wachstum: Eine quantitative Analyse mit kleinräumigen Daten (März 1998)

16 Ralf Becker, Die Verallgemeinerte Momentenmethode (Generalized Method of Moments - GMM). Darstellung und Anwendung (Juni 1998)

17 Peter M. Schulze, Regionales Wachstum: Sind die Dienstleistungen der Motor? (August 1998)

18 Ke Ma, Absatzanalyse für den chinesischen Pkw-Markt (Oktober 1998)

19 Christoph Balz / Peter M. Schulze, Die sektorale Dimension der Konvergenz. Eine empirische Untersuchung für die Bundesrepublik Deutschland (Januar 1999)

20* Robert Skarupke, Quantifizierung des Heimvorteils im deutschen Profifußball: Eine empirische Untersuchung für die 1. Fußball-Bundesliga (August 2000)

21* Peter M. Schulze, Regionalwirtschaftlicher Datenkatalog für die Bundesrepublik Deutschland (September 2000)

22* Yvonne Lange, Ein logistisches Regressionsmodell zur Analyse der Verkehrsmittelwahl im Raum Mainz (Oktober 2000)

23* Verena Dexheimer, Zähldatenmodelle (Count Data Models). Ansätze und Anwendungen (Mai 2002)

24* Andreas Handel, Die Entwicklung des Geldvermögens der privaten Haushalte in Deutschland (September 2003)

25* Christina Bastian / Yvonne Lange / Peter M. Schulze, Hedonische Preisindizes - Überblick und Anwendung auf Personalcomputer (Mai 2004)

26* Alexander Prinz / Peter M. Schulze, Zur Entwicklung von Containerschiffsflotten - Eine Paneldatenanalyse (Mai 2004)

27* Martin Flohr, Analyse der ökonomischen und demografischen Determinanten von Sportaktivitäten in Deutschland (Juni 2004)

28* Peter M. Schulze, Granger-Kausalitätsprüfung - Eine anwendungsorientierte Darstellung (August 2004)

---

* Im Internet unter http://www.statoek.vwl.uni-mainz.de/scpu.htm.