

**DER BETAFAKTOR IM CAPM
ALS VARIIERENDER REGRESSIONSKOEFFIZIENT**

Steffen Becker

Arbeitspapier Nr. 39 (Juli 2008)

Institut für Statistik und Ökonometrie
Johannes Gutenberg-Universität Mainz
Fachbereich Rechts- und Wirtschafts-
wissenschaften
Haus Recht und Wirtschaft II

D 55099 Mainz

Herausgeber: Univ.-Prof. Dr. P.M. Schulze

© 2008 Institut für Statistik und Ökonometrie, Mainz
ISSN Nr. 1430 - 2136

DER BETAFAKTOR IM CAPM ALS VARIIERENDER REGRESSIONSKOEFFIZIENT

Steffen Becker

Gliederung

1 Der Finanzmarkt: Theoretiker und Turbulenzen	2
2 Das Modell: Ursprünge und Umsetzung	3
3 Die Schätzansätze: Zeitfenster und Zustandsräume	7
4 Die Anwendung: Schwankungsfreude und Schätzungsgüte	15
5 Die Betavariation: Fazit und Fortführung	24
Anhang	I
Symbol- und Variablenverzeichnis	VIII
Datenverzeichnis	X
Literaturverzeichnis	XI

Zusammenfassung

Der Betafaktor oder -koeffizient wird in Regressionsmodellen der statistisch-ökonomischen Theorie üblicherweise als konstant und zeitunabhängig angenommen. Bei Anwendungen ist diese Stabilität häufig jedoch nicht gegeben. Das vorliegende Arbeitspapier stellt am Beispiel des Capital Asset Pricing Model Zeitreihenmodelle vor, die eine Variation des Regressionskoeffizienten explizit zulassen. Die Ansätze der rekursiven, diskontierten Methode der kleinsten Quadrate und der gleitenden, lokalen Regression bilden abschließend die Grundlage für die empirische Untersuchung am deutschen Aktienmarkt.

Summary

In regression models the beta coefficient usually is assumed to be constant and time-invariant. But in fact, this stability assumption in many cases is out of touch with reality. Hence, this working paper discusses time series models that consciously allow the coefficient to vary over time. Particularly, the approach of recursive, discounted least squares and the moving local regression are presented. These methods are exemplified on an empirical study of the Capital Asset Pricing Model in the German stock market.

1 Der Finanzmarkt: Theoretiker und Turbulenzen

Wenn Alan Greenspan, der langjährige Vorsitzende der US-Zentralbank, über eine der bedeutungsvollsten Aufgaben am Finanzmarkt spricht, klingt es fast ein wenig spöttisch, so als hätte er wenig Vertrauen in die Fähigkeit der Finanzexperten und Ökonometriker, zukünftige Wertpapierrenditen präzise vorherzusagen: „*Modern Wall Street employs phalanxes of very smart people to read what the entrails of market performance say about future stock prices.*“¹ Der inhaltliche Kern seiner Aussage sollte jedoch nicht außer Acht gelassen werden. Schließlich ist das Marktverhalten in der Börsenpraxis tatsächlich das wichtigste Kriterium zur Erklärung von Aktienpreisen. So geht das populäre Capital Asset Pricing Model (CAPM) davon aus, dass die Rendite eines einzelnen Wertpapiers eine lineare Funktion einer Marktrendite ist. Der Koeffizient dieser Regression – meist als Betafaktor bezeichnet – misst dabei die Sensitivität des Aktienkurses auf die Veränderung der Marktrendite. Dass seine Berechnung keinesfalls eine unbedeutende Aufgabe für Börsenanalysten oder wissenschaftliche Theorie darstellt, zeigen die umfang- und folgenreichen Risikobewertungen, die auf ihm aufbauen.

In Studien des CAPM mittels historischer Zeitreihen wird der Betafaktor überwiegend als konstanter Parameter geschätzt. Diese Stabilitätsannahme lässt sich jedoch durch Beobachtung des Geschehens am Finanzmarkt relativ einfach widerlegen. Exemplarisch seien hier die drei folgenden Einführungsbeispiele des Jahresbeginns 2008 genannt.

Am 15. Januar kündigt der Handyhersteller Nokia an, seine große Produktionsstätte in Bochum zu schließen. Bei einem Unternehmen mit historisch variierender Produktpalette, das sowohl rasante Entwicklungen wie auch die Sättigung des Marktes miterlebt hat, und das nun einschneidende Veränderungen in der Produktion vorsieht, ist prinzipiell nicht zu erwarten, dass sein Wert stets mit der gleichen Sensibilität auf das Gesamtmarkt-Geschehen reagiert.

Am 21. Januar kommt es in Folge der *Subprime-Krise* an den Börsen weltweit zu immensen Kurseinbrüchen. Der deutsche Marktindex DAX verliert innerhalb eines Tages mehr als sieben Prozent, der breitere HDAX weist seit dem 21. Dezember 2007 einen Monatsverlust von nahezu 16 Prozent auf. Es ist von einem deutlichen Strukturbruch, zumindest in den Zeitreihen dieser beiden Indizes, auszugehen. Darüber hinaus stellt sich die Frage, was es nun für ein spezifisches Wertpapier bedeutet, dass ein Markt oder ein Proxy des Marktes wie der DAX bzw. der HDAX solch extremen Kursverlusten unterliegt.

¹ GREENSPAN, 2007, S. 464.

Am 1. Februar wird bekannt, dass der weltgrößte Softwarehersteller (Microsoft) einen der bekanntesten Internetanbieter (Yahoo) ein Übernahmeangebot unterbreitet hat. Die Aktienkurse der beiden Unternehmen entwickeln sich wie folgt (siehe Abb. 1).

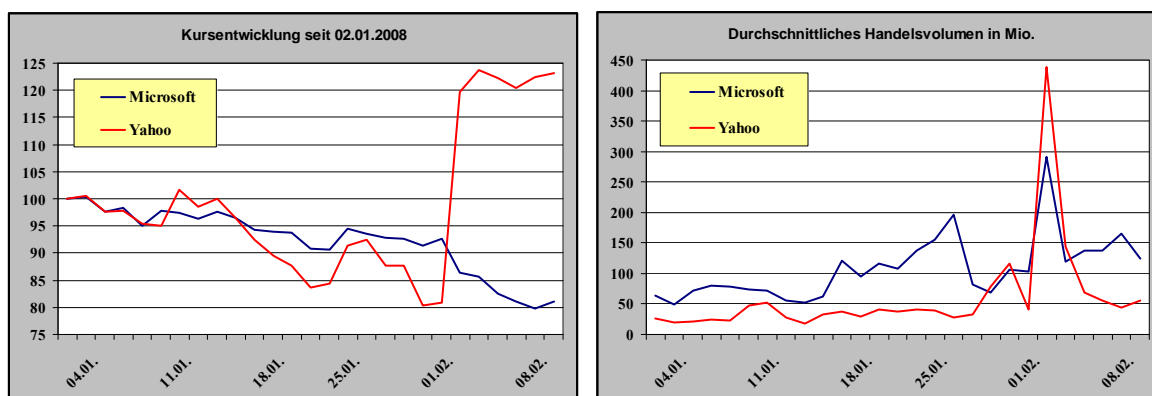


Abb. 1 Microsoft und Yahoo im Vergleich - Aktienkurse und Handelsvolumen 2008²

Allein diese drei Ereignisse deuten an, dass ein über die Zeit variierender Regressionskoeffizient weitaus realitätsnäher und wahrscheinlicher ist als das konstante Beta des ursprünglichen CAPM. Diesem Aspekt wird in der vorliegenden Arbeit explizit Rechnung getragen. Dazu wird in Kapitel 2 zunächst das CAPM in Grundzügen vorgestellt, wobei auch die finanzökonometrische Umsetzung sowie die praktische Bedeutung des Betafaktors aufgezeigt werden. In Kapitel 3 folgt die theoretische Betrachtung des Parameters mit den Möglichkeiten der Modellierung variierender Regressionskoeffizienten in der Zeitreihenanalyse. Die Schwerpunkte liegen dabei auf *rekursiven* und *gleitenden* Erweiterungen der Methode der kleinsten Quadrate (OLS), die in der empirischen Anwendung im anschließenden Kapitel 4 schließlich auch als Schätzansätze dienen. Die Untersuchung erfolgt dabei am deutschen Aktienmarkt anhand historischer Renditen des HDAX und ausgewählter Aktien deutscher Großunternehmen. Kapitel 5 fasst zusammen.

2 Das Modell: Ursprünge und Umsetzung

Das in den 1960er Jahren entwickelte CAPM nimmt einen Zusammenhang zwischen den unsicheren Größen Rendite und Risiko eines Wertpapiers an und erklärt die Preisbildung am Finanzmarkt durch eine lineare Beziehung von erwarteter Rendite des Wertpapiers und einer Marktrendite. Es lässt sich zeigen, dass effiziente Portfolios aus Kombinationen der

² Die linke Graphik zeigt die zum Jahresbeginn auf 100 normierten Aktienkurse der beiden Unternehmen in der Zeit vom 02.01. bis 08.02.2008. Die rechte Graphik bildet die Marktaktivitäten bezüglich der beiden Wertpapiere im gleichen Zeitraum ab.

risikolosen Kapitalanlage bzw. -aufnahme mit dem Marktportfolio aller am Markt gehandelten Wertpapiere bestehen und sich durch die Finanzmarktgerade (*Capital Market Line*)

$$\mu_P = r_f + \frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M} \sigma_P \quad (2.1)$$

beschreiben lassen. Die Steigung ist als Risikoprämie interpretierbar, die den Marktpreis für die Änderung um eine Risikoeinheit darstellt. μ_M und μ_P kennzeichnen die erwarteten Renditen des Marktportfolios M bzw. eines effizienten Portfolios P , σ_M und σ_P deren Standardabweichung (Risiko) und r_f den risikolosen Zinssatz. Die Kernaussage der Finanzmarktgerade ist, dass die erwarteten Renditen effizienter Portfolios eine lineare Funktion der Standardabweichung der Portfoliorendite bilden. Welches Portfolio P auf der Halbgerade von einem Kapitalanleger als optimal angesehen wird, hängt von seinen Präferenzen, den individuellen Nutzensvorstellungen, ab.³

Eine Antwort auf die Frage nach dem Preis einzelner Wertpapiere des Marktportfolios im Finanzmarktgleichgewicht liefert die Wertpapierkengerade (*Security Market Line*)

$$\mu_i = r_f + (\mu_M - r_f) \cdot \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2} \quad (2.2)$$

Dabei kennzeichnet μ_i die erwartete Rendite des Wertpapiers i und σ_{iM} die Kovarianz zwischen i und M . Die Rendite-Erwartung setzt sich folglich aus dem risikolosen Zins und einer Risikoprämie zusammen. Die zwei Faktoren der Risikoprämie werden als Marktpreis des Risikos ($\mu_M - r_f$) und als systematisches Risiko ($\frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$) bezeichnet. Für

das systematische Risiko gilt:

$$\frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2} = \frac{\sigma_i}{\sigma_M} \cdot \rho_{iM} = \beta_i \quad (2.3)$$

mit ρ_{iM} als Korrelationskoeffizient zwischen i und M . Im CAPM wird das systematische Risiko als Betafaktor bezeichnet. Die modifizierte Gleichung lautet

$$\mu_i = r_f + \beta_i \cdot (\mu_M - r_f) \quad (2.4)$$

Es wird ausschließlich das systematische Risiko (β) vergütet. Für die Übernahme des individuellen Risikos des Wertpapiers i (unsystematisches Risiko), das sich durch Diversifikation vollständig eliminieren lässt, wird keine Risikoprämie gewährt.⁴

³ Vgl. STEINER/BRUNS, 2007, S. 23f.

⁴ Zur Herleitung und ausführlichen Darstellung des CAPM sei auf STEINER/BRUNS, 2007, S. 21ff verwiesen. Weiterhin sind KRUSCHWITZ (2004) und CAMPBELL/LO/MACKINLAY (1997) sehr empfehlenswert.

2.1 Ökonometrische Implementierung

Durch Umformung der CAPM-Gleichung (2.4) lässt sich die erwartete Rendite des Wertpapiers i als Überrendite $\mu_i - r_f$ formulieren:

$$\mu_i - r_f = \beta_i \cdot (\mu_M - r_f) . \quad (2.5)$$

Als Vergleich zu dieser Gleichung dient das sog. *Marktmodell*, das im Gegensatz zum CAPM nicht auf erwarteten Renditen basiert, sondern historische Werte nutzt, um den Zusammenhang zwischen Wertpapierrendite und Marktindex darzustellen. Als Regressionsgleichung lässt es sich in der Form

$$r_{it} = \alpha_i + \beta_i \cdot r_{Mt} + \varepsilon_{it} \quad (2.6)$$

mit r_{it} und r_{Mt} als Renditen des Wertpapiers i und des Marktportfolios M darstellen. Die zu schätzenden, zeitunabhängigen Parameter α_i und β_i stellen das Absolutglied und den Regressionskoeffizienten dar, ε_{it} ist die $(0, \sigma_\varepsilon^2)$ -normalverteilte Residualgröße. In Überrenditen formuliert ergibt sich für Gleichung (2.6) modifiziert:

$$r_{it} - r_{ft} = \alpha_i + \beta_i \cdot (r_{Mt} - r_{ft}) + \varepsilon_{it} . \quad (2.7)$$

Der Erwartungswert der Gleichung (2.7) entspricht für $\alpha_i = 0$ der Gleichung (2.5).⁵ Durch Schätzung der Regressionsfunktion (2.7) können die Betafaktoren (β_i) bestimmt werden.

Da die empirische Untersuchung in Kapitel 4 anhand historischer Daten des HDAX sowie ausgewählter Großunternehmens-Aktien erfolgt, bezeichnet im Folgenden h_t die Überrenditen des Marktes ($r_{Mt} - r_{ft}$), und g_t diejenigen des Wertpapiers ($r_{it} - r_{ft}$). Auf den Index i , der der Spezifizierung der einzelnen Wertpapiere dient, wird verzichtet:

$$g_t = \alpha + \beta \cdot h_t + \varepsilon_t . \quad (2.8)$$

2.2 Kritik

Das CAPM beruht auf sehr restriktiven Annahmen, die reale Finanzmärkte in dieser Form nicht erfüllen. Insbesondere sind hier die Nicht-Beobachtbarkeit des Marktportfolios sowie die Vernachlässigung von Transaktionskosten, Steuern, Marktbarrieren und psychologischen Faktoren zu nennen. Auch die exklusive Konzentration auf die Parameter Rendite und Risiko, die dem CAPM zwar ausgeprägte Anschaulichkeit verschafft, reale Gegebenheiten aber nicht ausreichend berücksichtigt, sollte nur eingeschränkt in die Praxis übertragen werden. Trotz zahlreicher, teils fundamentaler Kritikpunkte findet das Modell in der

⁵ Vgl. KÄHLER, 2002, S. 39.

finanzwirtschaftlichen Praxis, in Marktuntersuchungen und durch Modellerweiterungen nach wie vor vielfältige Anwendung.⁶

Finanzwirtschaftliche Praxis

Das CAPM ist Grundlage für Risikobewertungen am Finanzmarkt und liefert wichtige Kennzahlen in der Bewertung von Wertpapieren. Insbesondere wird es zur Performance-messung von Investmentfonds genutzt und dient als Mittel zur Ermittlung und Bewertung von Eigenkapitalkosten eines Unternehmens. Weitere Anwendungsgebiete, die die Bedeutung und Extensität des CAPM unterstreichen, finden sich beispielsweise bei der Prämienkalkulation in Versicherungsgesellschaften, in Marktanalysen an der Börse sowie bei Investitionsentscheidungen in Betrieben. Nicht zuletzt bildet das mittlerweile über 40-jährige Modell auch heute noch die wissenschaftliche Basis für zahlreiche Berechnungen in der praktischen Finanzwirtschaft. Die besondere Popularität des CAPM begründet sich vorwiegend durch die vergleichsweise einfache Handhabung des Modells sowie durch fehlende überlegene Alternativen.

Bedeutung des Betafaktors

Eine besondere Bedeutung kommt in der finanzwirtschaftlichen Praxis dem Betafaktor zu, der als Maß für das systematische Risiko vor allem am Finanzmarkt und in der Finanzierung wichtig ist. Analysten und Investoren nutzen diesen weit verbreiteten Koeffizienten als relativierte Kennzahl für die Stärke der Schwankung eines Wertpapiers im Vergleich zum Markt, und zahlreiche Risikobewertungen bauen auf ihm auf.

Als Indikator für die Sensitivität eines Aktienkurses auf die Veränderung der Markttrendite ist das Beta wie folgt zu interpretieren. Im Fall von $\beta_i = 1$ erzielt das Wertpapier i im Finanzmarktgleichgewicht dieselbe Rendite wie das Marktportfolio M ($\mu_i = \mu_M$), und i kann als *neutrales Wertpapier* angesehen werden. Ist $\beta_i > 1$, so wird i als *aggressives Wertpapier* ($\mu_i > \mu_M$), bei $\beta_i < 1$ als *defensives Wertpapier* ($\mu_i < \mu_M$) bezeichnet.⁷ Während letztere eher gering auf Marktschwankungen reagieren, sind aggressive Wertpapiere im Verhältnis zum Markt risikoreicher.

In empirischen Untersuchungen und Anwendungen des CAPM bzw. des Marktmodells erfolgt die Modellschätzung üblicherweise mithilfe der OLS. Dabei werden die Betas als zeitunabhängig angenommen. Eine Vielzahl von Gründen spricht jedoch gegen diese Sta-

⁶ Die bekannteste kritische Betrachtung des CAPM gibt ROLL, 1977, S. 129ff.

bilitätsannahme. Stellvertretend sollen hier Umbrüche oder Anomalien am Finanzmarkt, Veränderungen der gesellschaftlichen oder rechtlichen Rahmenbedingungen, die Verbesserung der Instrumentarien sowie wechselnde Markt- oder Unternehmenssituationen genannt werden. Als Konsequenz wurde die Parameter-Konstanz in zahlreichen empirischen Studien zum CAPM angezweifelt, getestet und widerlegt.⁸ Grundsätzlich ist bei der aus den genannten Ursachen resultierenden Beta-Variation zwischen progressiven Entwicklungen und sprungartigen Strukturbrüchen zu differenzieren. Im Fall der abrupten Parameterveränderung sind zur Schätzung die gängigen Modellansätze mit Dummy-Variablen⁹ anwendbar. Da diese aber die Kenntnis der genauen Zeitpunkte potentieller Strukturbrüche voraussetzen, werden sie in der vorliegenden Arbeit vernachlässigt. Komplexer stellt sich hingegen der Fall allmählicher Parameterveränderungen dar. Zur Verdeutlichung kann beispielsweise ein Modell dienen, in welchem der Regressionskoeffizient β aus Gleichung (2.8) einen zeitabhängigen Wert β_t darstellt, der selbst wiederum eine lineare Funktion der Form $\beta_t = \gamma + \eta \cdot t$ impliziert.

In der vorliegenden Arbeit soll die Variation der Parameter allerdings weder auf Linearität noch auf jähe Brüche beschränkt bleiben. Dass das Beta im CAPM kein konstanter Faktor ist, scheint zweifelsfrei nachgewiesen, in welcher Form die zeitliche Dynamik jedoch vorliegt, gilt es zu ermitteln. Eine elegante Lösung zur Modellierung und Schätzung nicht-konstanter Betas bieten Zeitreihenmodelle mit variierenden Regressionskoeffizienten.

3 Die Schätzansätze: Zeitfenster und Zustandsräume

Konstanten Parametern kommt in der statistischen Theorie eine besondere Bedeutung zu. Schätz- und Testverfahren setzen ebenso Strukturkonstanz voraus, wie Prognosen zeitliche Stabilität erfordern. Auch die ökonomische Theorie liefert üblicherweise Modelle mit konstanten Parametern, die keine Strukturänderungen vorsehen. Aufgrund der erheblichen Zweifel an dieser Stabilitätsannahme entwickelten sich in der Ökonometrie verschiedene Verfahren, die explizit variierende Regressionskoeffizienten modellieren. Zu dieser Gruppe sind die Ansätze der Rekursiven Methode der kleinsten Quadrate (RLS) und der Gleitenden lokalen Regression (MLR) zu zählen, die im Folgenden beschrieben werden.¹⁰

⁷ Vgl. TRAUTMANN, 2006, S. 179.

⁸ Vgl. EBNER/NEUMANN, 2005, S. 29.

⁹ Vgl. beispielsweise WINKER, 2007, S. 192ff oder HEIJ/DE BOER/FRANSES/KLOEK/VAN DIJK, 2004, S. 303ff.

3.1 Modellierung variierender Regressionskoeffizienten

Die CAPM-Gleichung (2.8) beschreibt eine klassische lineare Einfachregression. Die Schätzung des konstanten Betafaktors kann beispielsweise über OLS oder die Maximum-Likelihood-Methode (ML-Methode) erfolgen. Bei Aufhebung der Prämisse der Parameter-Konstanz ist das Regressionsmodell wie folgt zu modifizieren:

$$g_t = \alpha_t + \beta_t \cdot h_t + \varepsilon_t . \quad (3.1)$$

Hierbei stammen die Überrenditen g_t und h_t aus historischen Zeitreihen, die zu schätzen-den Parameter α_t und β_t dürfen über die Beobachtungsperiode hinweg variieren, und ε_t ist ein White-Noise-Prozess.

Die vorliegende Arbeit behandelt die Verfahren zur Modellierung und Schätzung der Koeffizientenpfade β_t anhand einer multiplen Regression. Die Regressionsgleichung wird (zum Zeitpunkt t) in Matrixschreibweise

$$g_t = \mathbf{h}'_t \cdot \boldsymbol{\beta}_t + \varepsilon_t \quad (3.2)$$

formuliert, wobei $\mathbf{h}_t = (h_{0t}, h_{1t}, h_{2t}, \dots, h_{Kt})'$ und $\boldsymbol{\beta}_t = (\beta_{0t}, \beta_{1t}, \beta_{2t}, \dots, \beta_{Kt})'$ jeweils $((K+1) \times 1)$ -Vektoren darstellen.¹¹ Für die Modellspezifikation bedeutet dies, dass der Regressand \mathbf{g} und die Residualgröße $\boldsymbol{\varepsilon}$ jeweils $(T \times 1)$ -Vektoren sind, und die Gesamtheit aller Regressoren $\mathbf{H} = (\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_T)$ sowie die Gesamtheit der zugehörigen Koeffizienten $\tilde{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2, \dots, \boldsymbol{\beta}_T)$ jeweils als $(T \times (K+1))$ -Matrix dargestellt werden können:

$$\mathbf{g} = \mathbf{H}' \cdot \tilde{\boldsymbol{\beta}} + \boldsymbol{\varepsilon} . \quad (3.3)$$

Da die Beta-Koeffizienten in den folgenden Ansätzen *geschätzt* werden, wird die Notation

$$\mathbf{g} = \mathbf{H}' \cdot \mathbf{B} + \mathbf{e} \quad \text{bzw.} \quad (3.4)$$

$$g_t = \mathbf{h}'_t \cdot \mathbf{b}_t + e_t \quad \text{bzw.} \quad (3.5)$$

$$g_t = b_{1t} \cdot h_{1t} + b_{2t} \cdot h_{2t} + \dots + b_{Kt} \cdot h_{Kt} + e_t \quad (3.6)$$

verwendet.¹² Im Fall *konstanter* Regressionskoeffizienten ($\mathbf{b}_t = \mathbf{b}$) reduziert sich \mathbf{B} auf den $(K \times 1)$ -Vektor \mathbf{b} der Koeffizienten. Der Beta-Schätzer ist dann über OLS mit

$$\mathbf{b}^{\text{OLS}} = (\mathbf{H}' \cdot \mathbf{H})^{-1} \cdot \mathbf{H}' \cdot \mathbf{g} \quad (3.7)$$

¹⁰ In der englischsprachigen Literatur: *Recursive Least Squares* und *Moving Local Regression*.

¹¹ Das Absolutglied α_t aus Gleichung (3.1) wird hierbei durch β_{0t} abgebildet, daraus folgt, dass der zugehörige Regressor $h_{0t} = 1$ ist.

¹² Bei den Schätzmethoden wird angenommen, dass das Absolutglied gleich Null ist. Es sei darauf hingewiesen, dass auch in der Modelltheorie des CAPM (vgl. hierzu Gleichung (2.5)) kein Absolutglied enthalten ist, d.h. $\beta_{0t} = 0$. Die Dimension der Matrizen \mathbf{H} und \mathbf{B} sinkt somit auf $(T \times K)$.

gegeben. Die Entwicklung der Schätzer für den Fall *variierender* Regressionskoeffizienten ist Thema des folgenden Abschnitts. Die diskutierten Verfahren sind häufig auch im Rahmen ökonometrischer Mehrgleichungsmodelle anwendbar. Darauf wird an dieser Stelle aber verzichtet.

3.2 Schätzmethoden

Dieser Abschnitt behandelt ausführlich die RLS und MLR, die als direkte Erweiterungen der OLS anzusehen sind. Weitere Ansätze geben die Flexible Methode der kleinsten Quadrate (FLS)¹³, die ebenfalls auf der OLS basiert, sowie Zustandsraummodelle mit stochastischen Koeffizientenbewegungen, die die Parameter-Variation ausdrücklich modellieren.

Die Rekursive Methode der kleinsten Quadrate

Ausgehend vom Modell aus Gleichung (3.2) werden die Betas für jeden Zeitpunkt t mit $t > K$ unter der Annahme der zeitlichen Konstanz bis t über OLS bestimmt. Hierzu stehen jeweils nur die $S = t$ Beobachtungen $s = 1, 2, \dots, t$ zur Verfügung. Bei kleinen t besteht somit nur eine sehr geringe Zahl von Freiheitsgraden. Der entsprechende Schätzer für die Zeitpfade mit $t = K + 1, \dots, T$ lautet

$$\mathbf{b}_t^{\text{RLS}} = \left(\sum_{s=1}^t \mathbf{h}'_s \cdot \mathbf{h}_s \right)^{-1} \cdot \sum_{s=1}^t \mathbf{h}'_s \cdot g_s. \quad (3.8)$$

Mit wachsendem t werden die Koeffizientenpfade tendenziell glatter, für $t = T$ ergibt sich der zeitunabhängige Beta-Schätzer der OLS. Sprünge oder stetige Entwicklungen der Koeffizientenpfade können als Strukturänderung interpretiert werden.¹⁴ Durch Schätzen der Regressionskoeffizienten über OLS in jeder Periode entwickelt sich eine Folge von Beta-Schätzern, die sich mithilfe der nachstehenden Gleichung rekursiv bestimmen lassen:

$$\mathbf{b}_t = \mathbf{b}_{t-1} + \frac{\mathbf{P}_{t-1} \cdot \mathbf{h}_t \cdot (g_t - \mathbf{h}'_t \cdot \mathbf{b}_{t-1})}{1 + \mathbf{h}'_t \cdot \mathbf{P}_{t-1} \cdot \mathbf{h}_t} = \mathbf{b}_{t-1} + \mathbf{P}_t \cdot \mathbf{h}_t \cdot (g_t - \mathbf{h}'_t \cdot \mathbf{b}_{t-1}). \quad (3.9)$$

Hierbei gilt für die Matrix \mathbf{P}_t :

$$\mathbf{P}_t = \mathbf{P}_{t-1} - \frac{\mathbf{P}_{t-1} \cdot \mathbf{h}_t \cdot \mathbf{h}'_t \cdot \mathbf{P}_{t-1}}{1 + \mathbf{h}'_t \cdot \mathbf{P}_{t-1} \cdot \mathbf{h}_t} \quad (3.10)$$

mit $\mathbf{P}_t = (\mathbf{H}'_t \cdot \mathbf{H}_t)^{-1}$, wobei $\mathbf{H}_t = (\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_t)'$ die $(t \times K)$ -Matrix der Regressoren ist.

In dieser Standardform beinhaltet die RLS zwei häufig genannte Kritikpunkte. Zunächst kann die extreme Glättung der Koeffizientenpfade bei großem t dazu führen, dass poten-

¹³ *Flexible Least Squares*.

¹⁴ Vgl. LÜTKEPOHL/MORYSON/WOLTERS, 1995, S. 109.

tielle Parameterveränderungen gegen Ende des betrachteten Zeitraumes nicht erkannt werden. Wird bei der Schätzung jedoch besonderer Wert auf die Diagnose der jüngsten Veränderungen der Beobachtungsperiode gelegt, so bietet sich die Möglichkeit, die RLS rückwärts anzuwenden. Die Zeitpfade werden in diesem Fall nicht von $s = 1$ bis $s = t$ berechnet, sondern jeweils für eine Schlussperiode mit den Beobachtungen $s = t, t + 1, \dots, T$.¹⁵ Die starke Glättung der Pfade erfolgt dann allerdings zu Beginn der Periode. Das Problem wird somit umpositioniert, nicht behoben. Die Abschwächung des Glättungseffektes kann jedoch als positive Begleiterscheinung durch die Beseitigung des zweiten Kritikpunkts – der Gewichtung der Beobachtungen – erreicht werden.¹⁶

Die RLS gewichtet alle Beobachtungen der Zeitreihe gleich. Dies kann sich als problematisch erweisen, zumal zeitnahe Datenwerte sich i.d.R. eher gegenseitig beeinflussen als entfernte. Dem kann durch Erweiterung der RLS-Gleichung (3.9) um den Ansatz der Diskontierten Methode der kleinsten Quadrate (DLS)¹⁷ Rechnung getragen werden. Die DLS wählt \mathbf{b}_T so, dass die diskontierte Summe der Residuenquadrate (DSS)¹⁸ minimiert wird:

$$\text{DSS}(\mathbf{b}_T) = \sum_{t=1}^T \delta^{T-t} \cdot (g_t - \mathbf{h}'_t \cdot \mathbf{b})^2 \quad (3.11)$$

mit δ als konstantem, positivem Diskontierungsfaktor. Wird nun das Verfahren der RLS nicht über die OLS, sondern stattdessen über die DLS angewendet, so lässt sich die Schätzung als Rekursive Diskontierte Methode der kleinsten Quadrate (RDLS)¹⁹ bezeichnen. Der Beta-Vektor entwickelt sich vergleichbar zu Gleichung (3.9) wie folgt:

$$\mathbf{b}_t = \mathbf{b}_{t-1} + \frac{\mathbf{P}_{t-1} \cdot \mathbf{h}_t \cdot (g_t - \mathbf{h}'_t \cdot \mathbf{b}_{t-1})}{\delta + \mathbf{h}'_t \cdot \mathbf{P}_{t-1} \cdot \mathbf{h}_t} = \mathbf{b}_{t-1} + \mathbf{P}_t \cdot \mathbf{h}_t \cdot (g_t - \mathbf{h}'_t \cdot \mathbf{b}_{t-1}). \quad (3.12)$$

Für die Matrix \mathbf{P}_t gilt nun:

$$\mathbf{P}_t = \delta^{-1} \cdot \mathbf{P}_{t-1} - \frac{\delta^{-1} \cdot \mathbf{P}_{t-1} \cdot \mathbf{h}_t \cdot \mathbf{h}'_t \cdot \mathbf{P}_{t-1}}{\delta^{-1} + \mathbf{h}'_t \cdot \mathbf{P}_{t-1} \cdot \mathbf{h}_t}. \quad (3.13)$$

Die RLS-Schätzung (3.9) und die RDLS-Schätzung (3.12) entsprechen sich für $\delta = 1$. Für $\delta < 1$ erlangen die jüngsten Beobachtungen eine größere Gewichtung, was der starken Glättung zum Ende der Beobachtungsperiode bei der RLS entgegenwirkt. Wird die RDLS rückwärts angewendet, so ist ein $\delta > 1$ sinnvoll, da somit die länger zurückliegenden Beobachtungen stärker gewichtet werden.

¹⁵ Vgl. LÜTKEPOHL/MORYSON/WOLTERS, 1995, S. 110.

¹⁶ Vgl. NEUMANN, 2003, S. 259.

¹⁷ *Discounted Least Squares*.

¹⁸ *Discounted Sum of Squares*.

Aufgrund der ausgeprägten Vereinbarkeit mit der Bedeutung des CAPM und dessen Verwendung (z.B. bei Kennzahlen für aktuelle Risikobewertungen) konzentriert sich die vorliegende Arbeit auf die normale Anwendung der RDLS. Hier können gegenwärtige Daten besonders stark gewichtet werden, ohne die Erfahrungen über Strukturänderungen der Vergangenheit zu vernachlässigen. Dabei ist der Diskontierungsfaktor so zu bestimmen, dass $\delta \in (0,1]$ ist. Die Wahl eines hohen δ -Faktors bewirkt bei relativ stabilen Modellen eine Erhöhung der Schätzgenauigkeit, während bei eher variablen Modellen die Anpassungsfähigkeit sinkt.²⁰ Um die Startwerte \mathbf{b}_{t-1} und \mathbf{P}_{t-1} für das rekursive Verfahren der Gleichung (3.12) zu erhalten, wird eine OLS-Schätzung der ersten m Beobachtungen durchgeführt. Über die ermittelten Schätzer \mathbf{b}_m und die Matrix $\mathbf{P}_m = (\mathbf{H}'_m \cdot \mathbf{H}_m)^{-1}$ kann die RDLS beginnend mit der Schätzung von \mathbf{b}_{m+1} initialisiert werden.

Die Gleitende lokale Regression

Die MLR ist ebenfalls eine rekursive Schätzmethode. Allerdings erfolgt die Bestimmung der Koeffizientenpfade nicht wie bei der RLS aus allen vergangenen Daten, sondern nur aus einem lokalen Datenbereich. Dieses Zeitfenster enthält dabei nur die j vergangenen und j zukünftigen Beobachtungswerte, die sich in unmittelbarer zeitlicher Nähe zu dem jeweiligen Betrachtungszeitpunkt t befinden. Die Anzahl der Beobachtungen eines solchen Intervalls beträgt folglich $S = 2j + 1$. Mit fortschreitender Rekursion wird jeweils die älteste Beobachtung des Zeitfensters durch die nächstfolgende der Zeitreihe ersetzt. Die Länge des individuellen Intervalls bleibt somit über die gesamte Schätzung hinweg konstant. Die Schätzung der Beta-Zeitpfade erfolgt schrittweise über OLS. Je größer dabei j gewählt wird, desto höher ist die Anzahl der Freiheitsgrade in den OLS-Schätzungen, aber desto kleiner wird auch der gesamte, schätzbare Zeitraum der MLR. Der Beta-Schätzer für die verbliebenen Zeitpunkte $t = j + 1, j + 2, \dots, T - j$ lautet

$$\mathbf{b}_t^{\text{MLR}} = \left(\sum_{s=t-j}^{t+j} w \cdot \mathbf{h}'_s \cdot \mathbf{h}_s \right)^{-1} \cdot \sum_{s=t-j}^{t+j} w \cdot \mathbf{h}'_s \cdot g_s. \quad (3.14)$$

Im Vergleich zum RLS-Schätzer aus Gleichung (3.8) fällt neben dem Unterschied der in die Schätzung einfließenden Daten eine weitere Abweichung auf: der MLR-Schätzer aus Gleichung (3.14) enthält den Gewichtungsfaktor w . Dieser eröffnet die Möglichkeit, die dem Zeitpunkt t benachbarten Beobachtungen stärker zu gewichten als zeitlich eher ent-

¹⁹ *Recursive Discounted Least Squares.*

²⁰ Vgl. NEUMANN, 2003, S. 259f.

fernte Daten. Der Gewichtungsfaktor sowie die Bandbreite des Zeitfensters sind entscheidend für die Ergebnisse des Verfahrens. Durch die Wahl der Gewichtsfunktion w und durch Festlegung von j lassen sich die Gestalt der Zeitpfade sowie die Glättung und Differenzierbarkeit der MLR-Funktion wesentlich beeinflussen und manipulieren.²¹

Grundsätzlich ist die MLR eine Verallgemeinerung des gängigen Ansatzes der *Moving Averages* mit nicht-konstanten Gewichten. Bei diesen gleitenden Durchschnitten erfolgt die Glättung einer trendbehafteten Zeitreihe durch lokale Approximationen. Die Beobachtung g_t wird dabei beispielsweise wie folgt durch ein lokales arithmetisches Mittel \bar{g}_t ersetzt:

$$\bar{g}_t = \frac{1}{2j+1} \cdot \sum_{s=t-j}^{t+j} g_s. \quad (3.15)$$

Das Schätzverfahren der MLR nutzt eben diese Form der linearen Transformation aus Gleichung (3.15) und verwendet als zusätzlichen Faktor die Gewichtsfunktion w .²²

Ohne diesen Faktor kommt eine vereinfachte Variante der MLR aus, die sich ebenfalls rekursiver OLS-Schätzungen in konstanten, entlang der Zeitreihe vorrückenden Zeitfenstern (*moving windows*) bedient. Die Bezeichnung des Verfahrens als Methode der kleinsten Quadrate mit gleitenden Zeitfenstern (MWLS)²³ ist somit zutreffend, stellt aber keinesfalls eine Abgrenzung zur MLR dar. Vielmehr liegen die Unterschiede im Verzicht auf den Gewichtungsfaktor w sowie in der Beschränkung der Beobachtungswerte des Zeitfensters auf vergangene Daten. Im Betrachtungszeitpunkt t fließen neben den Daten aus t ausschließlich die zurückliegenden, letzten l Beobachtungen in die OLS-Schätzung ein. Auf diese Weise gehen im Gegensatz zur MLR die Dateninformationen am aktuellen Rand nicht verloren. Die Länge des Zeitfensters beträgt $S = l + 1$, und die Schätzung der Koeffizientenpfade erfolgt in den verbleibenden Zeitpunkten $t = l + 1, \dots, T$ mit

$$\mathbf{b}_t^{\text{MWLS}} = \left(\sum_{s=t-l}^t \mathbf{h}'_s \cdot \mathbf{h}_s \right)^{-1} \cdot \sum_{s=t-l}^t \mathbf{h}'_s \cdot g_s. \quad (3.16)$$

Während bei starker Beta-Variation die Wahl eines kleinen Zeitfensters sinnvoll ist, sollte bei relativ konstanten Koeffizienten das Intervall S größer bestimmt werden. Allerdings leidet die Anpassungsfähigkeit der Schätzung unter dem Fall großer l . Im Gegenzug wird die Schätzgenauigkeit erhöht. Auch die Anzahl der Freiheitsgrade der einzelnen OLS-

²¹ Zur gesamten Darstellung der MLR vgl. HACKL/WESTLUND, 1996, S. 251f sowie LÜTKEPOHL/MORYSON/WOLTERS, 1995, S. 110.

²² Vgl. SCHLITGEN/STREITBERG, 2001, S. 35f.

²³ *Moving Window Least Squares*.

Schätzungen ist bei der MWLS abhängig von der Festlegung von l . Als Vorteil aller Verfahren der MLR gegenüber der RLS sei aber erwähnt, dass die Zahl der Freiheitsgrade über die Schätzung hinweg konstant bleibt.²⁴

Die Flexible Methode der kleinsten Quadrate

Im Gegensatz zu den beiden bereits vorgestellten Methoden (RLS und MLR), die jeweils nur einen Teil der verfügbaren Dateninformationen zur Berechnung der Koeffizientenpfade nutzen, fließen in der FLS in jeder Beta-Schätzung alle vorhandenen Daten der Beobachtungsperiode ein. Ihr Ansatz besagt, dass es bei der linearen Regression mit konstanten Koeffizienten zu zwei Abweichungen vom wahren Zusammenhang kommen kann. Neben dem durch die Residualgröße ausgedrückten Zufallsfehler entsteht durch die Tatsache, dass die Koeffizienten in der Realität zeitabhängig sind, eine weitere Abweichung. Bei der Bestimmung der Koeffizientenpfade des Betas werden beide Fehler in Kombination möglichst gering gehalten. Die FLS ist als rein deskriptives Verfahren zu interpretieren, das keinerlei stochastische Annahmen über die im Modell auftretenden Größen benötigt.²⁵

Zustandsraummodelle mit stochastischen Koeffizientenbewegungen

Zustandsraummodelle (*State Space Models*) setzen sich grundsätzlich aus zwei Bestandteilen zusammen. Die *Beobachtungsgleichung* drückt die Beziehung des Untersuchungsgegenstandes aus, die *Strukturgleichung* dient der Erfassung der zeitlichen Dynamik und somit der expliziten Modellierung variierender Regressionskoeffizienten. Hierbei sind verschiedene Modellierungen im Zustandsraum möglich, von denen die gängige Literatur das *Random Walk Model* (RWM), das *Return-to-Normality-Model*, das *Mean Reverting Model* sowie ein Modell mit rein stochastischen Koeffizienten (*Random Coefficient Model*) hervorhebt. Aufgrund der Überlegenheit in der Erklärung des Marktes sowie der Möglichkeit, die Koeffizienten-Prozesse alternativer Modelle näherungsweise abzubilden, findet in Modellierungen zur Parameter-Variation vor allem das RWM häufige Anwendung. Es sei abschließend auf den *Kalman-Filter* verwiesen, der einen effizienten Schätz-Algorithmus zur rekursiven Bestimmung der Beta-Zeitpfade in Modellen der Zustandsraumform liefert.²⁶

²⁴ Vgl. NEUMANN, 2003, S. 259.

²⁵ Vgl. KALABA/TEFATSION, 1988, S. 43ff sowie KALABA/TEFATSION, 1989, S.1215ff. Eine hervorragende Übersicht gibt KLADROBA, 1996, S.2ff

²⁶ Ausführliche Darstellungen der Zustandsraummodelle, des RWM sowie des Kalman-Filters finden sich in der Literatur. Vgl. HARVEY, 1989, S. 100ff und CARMONA, 2004, S. 326ff. Eine umfassende Übersicht der Modellierungen geben YAO/GAO, 2004, S. 127ff.

3.3 Vergleich der Ansätze

Ein Vorteil aller genannten Verfahren gegenüber den vielfältigen Modellen zur Schätzung variabler Parameter ist der Verzicht auf umfangreiche, restriktive Annahmen wie z.B. das Unterstellen einer sehr konkreten Form der Parameter-Variation (Strukturbruch in t , etc.). Bei der FLS sind allerdings die detaillierten Schätzeigenschaften noch nicht endgültig geklärt, d.h. Aussagen zur Güte der Schätzung können nur eingeschränkt getätigt werden.²⁷

Im Gegensatz zur FLS und zum RWM nutzen die RDLS und die MLR jeweils nur einen Teil der verfügbaren Daten der Beobachtungsperiode zur Berechnung der Koeffizientenpfade. Dadurch rufen beide Techniken Probleme bei der Anzahl der Freiheitsgrade hervor, die RDLS bei kleinen t , die MLR in Abhängigkeit von j bei kleinen Zeitfenstern. Im Gegensatz zur RDLS bleibt die Zahl der Freiheitsgrade in der MLR über die Schätzung hinweg jedoch konstant. Andererseits bietet die RDLS folglich den Vorteil, dass sie alte Informationen nicht „stiefmütterlich“ behandelt und die Zahl der Freiheitsgrade mit wachsendem t steigt. Je nach Modellierung, Erweiterungen und Gewichtungsfaktor können sich RDLS und MLR sehr ähnlich sein. Vielmehr ist eine genaue Abgrenzung sogar eher schwierig, und es handelt sich um Variationen eines einzigen Ansatzes. Beide Verfahren arbeiten in der hier vorgestellten Form mit Gewichtungsfaktoren, und die Schätzungen sind somit nicht nur abhängig von all den δ , w und S , sondern bezüglich der Gestalt der Zeitpfade sowie der Glättung und Differenzierbarkeit der Funktion auch wesentlich beeinflussbar. Eine weitere Problematik entsteht häufig am aktuellen Zeitreihenrand. Einfache RLS-Schätzungen führen bei großem t zu einer extremen Glättung und damit zur Stabilisierung der Koeffizienten-Zeitpfade. Diese Konvergenz gegen die OLS-Lösung erschwert ein Erkennen von potentiellen Variationen. In der MLR ist die Gegebenheit am aktuellen Rand dahingehend nachteilig, dass je nach Größe des Zeitfensters gegen Ende der Zeitreihe ein mehr oder weniger schmerzlicher Datenverlust entsteht. Dies sollte jedoch zugunsten der *beidseitigen Nachbarschaftsbetrachtung* im jeweilig interessierenden Schätzzeitpunkt t in Kauf genommen werden. Diese Betrachtung wird durch die Gewichtung w , d.h. die Möglichkeit der Aufwertung benachbarter und der Abwertung entfernter Beobachtungen, noch optimiert. Allerdings können die geschätzten Parameterwerte durch die Einschränkung des Zeitfensters leicht verzerrt werden. Strukturänderungen werden jedoch relativ schnell erkannt und in den Beta-Schätzungen wiedergegeben.²⁸

²⁷ Vgl. KLADROBA, 1996, S. 14.

²⁸ Vgl. HACKL/WESTLUND, 1996, S. 251.

Die relativ leichte Handhabung in der praktischen Anwendung rät hingegen deutlich für die beiden beschriebenen Verfahren. Denn sowohl die FLS als auch das RWM verlieren durch den extrem hohen Rechenaufwand enorm an Attraktivität.

4 Die Anwendung: Schwankungsfreude und Schätzungsgüte

Der deutsche Aktienmarkt wurde bereits zahlreichen Untersuchungen zum CAPM unterzogen. Dabei handelte es sich allerdings überwiegend um (meist nicht beweiskräftige) zeit-invariable Schätzungen. Die wenigen Studien, die eine Parameter-Variation zuließen, konnten diese in ihren Ergebnissen auch nachweisen.²⁹ Die folgende Analyse geht von den zwei Voraussetzungen aus, dass das CAPM in der Lage ist, die Kursbildung auf dem Finanzmarkt zu approximieren und dass der Betafaktor nicht konstant ist. Die Schätzungen dienen demzufolge nicht dazu, diese Prämissen weiteren Tests zu unterziehen, sondern der Abbildung der spezifischen *Unternehmens-Betas*.

4.1 Daten und Vorgehensweise

Die teilweise sehr restriktiven und realitätsfernen Annahmen des CAPM stellen einen hohen Anspruch an die praktische Umsetzung der Modellschätzung. So gilt es neben der Art der zu verwendenden Daten zunächst zu klären, auf welche Weise der risikolose Zinssatz sowie das Marktportfolio abgebildet werden. Weiterhin verschaffen die folgenden Absätze einen Überblick über die Wertpapiere i sowie über die Vorgehensweise im Modell.

Risikoloser Zins

Als Zinsgröße im CAPM bieten sich entweder Interbanken-Referenzzinssätze oder Renditen von Staatsanleihen an. Beide werden üblicherweise als risikolos bezeichnet. Weiterhin stellt sich die Frage nach der zeitlichen Frist. Da im Folgenden für die Berechnungen *monatliche* Renditen zugrunde liegen, fällt die Wahl hier auf den Einmonats-Referenzzinssatz EURIBOR. Dieser wird seit Anfang 1999 täglich berechnet und veröffentlicht. Vergleichbare Daten einer deutschen Staatsanleihe liegen erst ab einem Zeithorizont von zwei Jahren vor. Die Rendite einer Bundesschatzanweisungen (BSA) mit zweijähriger Laufzeit ist der Entwicklung des EURIBOR in Anhang 1 gegenübergestellt. Das CAPM unterstellt einen konstanten risikolosen Zinssatz. Allerdings verdeutlicht die Abbildung im Anhang 1, dass es durchaus sinnvoll ist, die Entwicklung über die Zeit ins Modell einfließen zu lassen. Die Überrendite der Wertpapiere und des Marktportfolios werden daher in jedem

Zeitpunkt t separat berechnet. Eine Art *lokale Konstanz* garantiert die Verwendung des EURIBOR zumindest phasenweise. Da für diesen europäischen Zinssatz historische Daten seit dem 30.12.1998 vorliegen, ist der Beobachtungszeitraum der Schätzung vorgegeben.

Marktportfolio

Als operablen Ersatz für das nicht beobachtbare Marktportfolio M verwendet die vorliegende Untersuchung den Aktienindex HDAX bzw. bis zur Aktienmarktneusegmentierung vom 24.03.2003 dessen Vorgänger DAX 100. Das Portfolio des HDAX umfasst die 110 bedeutendsten Werte des deutschen Aktienmarktes und stellt somit einen breiten, branchenübergreifenden Marktindex dar.³⁰ Die Überrendite des Indexes wird aus der historischen Zeitreihe der HDAX-Schlusskurse und den Daten des EURIBOR berechnet und im CAPM als Überrendite h_t interpretiert.

Wertpapiere

Die praktische CAPM-Studie ist durch die Freiheit, dass sie Beta-Variation zulässt und nicht modellbegrenzt ist, sehr umfassend. Sie soll daher auf ausgewählte, deutsche Großunternehmen verschiedener Branchen begrenzt werden. Einen Überblick der Firmen verschafft Anhang 2. Abgesehen von drei Ausnahmen (Infineon, Deutsche Börse und Fraport) liegen die Börsengänge der betrachteten Unternehmen vor der Einführung des EURIBOR, d.h. im Jahr 1998 oder früher. Der überwiegende Teil der Schätzungen kann somit über die umfangreiche Beobachtungsperiode ab dem 30.12.1998 erfolgen. Die in Anhang 2 vorgenommene Bezeichnung der Variablen G_XXX steht synonym für g_t^{XXX} bzw. g_t , die Überrendite des Wertpapiers im CAPM.³¹

Periodizität, Beobachtungsumfang und Transformationen

Bei der Betrachtung von Finanzmarktrenditen ist es sinnvoll, die der Renditeberechnung zugrunde liegende Periode nicht zu klein zu wählen. Beispielsweise sind Tages- oder Wochenrenditen äußerst sensibel auf eintretende Ereignisse und werden bei starken Kurschwankungen (im Betrag) überproportional groß, um häufig in den folgenden Tagen durch gegenläufige Bewegungen relativiert zu werden. Quartals- oder sogar Jahresrenditen

²⁹ Vgl. ELSAS/EL-SHAER/THEISSEN, 2003, S. 3 und EBNER/NEUMANN, 2005, S. 31 u. S. 43.

³⁰ Vgl. DEUTSCHE BÖRSE AG, 2007, S. 8.

³¹ Auf die Wertpapierspezifizierung durch den Index i wurde im Verlauf der Arbeit verzichtet. Für die verschiedenen Schätzungen wird die Unterscheidung jedoch benötigt und erfolgt in Anlehnung an die Firmennamen. Dabei dienen die Großbuchstaben XXX der Kennzeichnung der untersuchten Aktie (siehe Anhang 2).

hingegen widersprechen dem vorliegenden Ansatz und würden eine stark einschränkende Bedingung für das Modellieren der Parameter-Variation darstellen. Für die Wahl von Monatsrenditen spricht das Kriterium der Vergleichbarkeit, da auch der Zeithorizont der durch den EURIBOR repräsentierten risikolosen Geldanlage genau einen Monat beträgt.

Da alle Zeitreihen in Form von Tagesdaten der Börsenhandelstage vorliegen, sollte nicht auf diese Datenfülle verzichtet und weniger als ein Zehntel der zur Verfügung stehenden Information genutzt werden. Es ist von erheblichen Verzerrungen auszugehen, wenn beispielsweise monatliche Durchschnittswerte berechnet werden (*Die Einflüsse auf den Kurs werden gemittelt.*) oder nur ein Datenwert je Monat in die Schätzung einfließt (*Aktuelle Einflüsse auf den Kurs produzieren Ausreißer, zwei bis drei Wochen zurückliegende Einflüsse sind eventuell schon kompensiert.*). Im letzten Fall sind die Ergebnisse außerdem abhängig vom gewählten Stichtag. Monatsrenditen liefern andere Werte als Monatsmitrenditen. Um den genannten Aspekten gerecht zu werden und unter Beachtung der Besonderheit, dass es sich um eine *zeitvariable* Parameterschätzung handelt, wird wie folgt vorgegangen.

Die Berechnung der Renditen des HDAX und der Unternehmensaktien geschieht durch Umwandlung der Ausgangskursdaten in Wachstumsraten. Die Periodizität der Tagesdaten bleibt dabei erhalten. Allerdings wird in jedem Zeitpunkt t nicht die Rendite der Aktienkursentwicklung vom vorigen Handelstag $t-1$ berechnet, sondern diejenige seit der 21. Vorperiode $t-21$. Dadurch entstehen die neuen Zeitreihen mit (handels)täglichen Daten einer *Einmonatsrendite*.³² Bezeichnet a_t den Aktien- bzw. Indexkurswert der historischen Ausgangszeitreihe in t , so lautet die Berechnungsformel der Einmonatsrendite (in %)

$$r_t = \frac{a_t - a_{t-21}}{a_t} \cdot 100 . \quad (4.1)$$

Dieses Vorgehen hat die Vorteile, dass die große Beobachtungsanzahl T nicht um ein Vielfaches reduziert wird und weiterhin alle vorhandenen Informationen der Zeitreihe in die Schätzung einfließen und dass eine optimale, tägliche Vergleichbarkeit zum Einmonats-EURIBOR vorliegt.³³ Um sämtliche Beobachtungen der EURIBOR-Zeitreihe

³² Die Einmonatsrendite soll die Frage beantworten, wie hoch bei einem Wertpapierkauf vor genau einem Monat die Rendite eben dieses Wertpapiers in t ist. Die Legitimation bei der Berechnung mit $t-21$ von einer Einmonatsrendite zu sprechen ist wie folgt gegeben. Der $T = 2317$ Handelstage umfassende Beobachtungszeitraum vom 30.12.1998 bis 11.02.2008 hat eine kalendarische Länge von ca. 110 Monaten. Dies entspricht einer durchschnittlichen monatlichen Anzahl an Handelstagen von $\frac{2317}{110} = 21,063 \approx 21$.

³³ Da der Referenzzins eine p.a.-Angabe ist, sind die Daten der EURIBOR-Zeitreihe durch 12 zu dividieren, um in Kombination mit den Einmonatsrenditen die *echten* Überrenditen ermitteln zu können.

($T = 2317$) für die Schätzung nutzen zu können, werden die Index- und Wertpapierzeitreihen – falls möglich – schon ab dem 27.11.1998 betrachtet. Ihre Beobachtungsanzahl $T = 2338$ reduziert sich dann durch die Umformung in Wachstumsraten auf eine mit den EURIBOR-Beobachtungen übereinstimmende Zahl. Kleinere Ausnahmen bilden die Aktien der drei Unternehmen mit einem späteren IPO (siehe Anhang 2) bzw. vereinzelte Zeitreihen mit unwesentlich mangelbehafteten Daten (siehe T -Werte in Anhang 3). Nach Subtraktion des (monatlichen) risikolosen Zinssatzes von den *Einmonatsrenditen* in jedem Zeitpunkt t entstehen die für die CAPM-Schätzungen benötigte Zeitreihe h_t der HDAX-Überrendite sowie die Zeitreihen g_t^{xxx} der Überrenditen der Aktien.

4.2 Spezifikation

Die Spezifikation des Modells ist durch die bisherigen Ausführungen und Herleitungen der vorliegenden Arbeit ausführlich gegeben. Die Regressionsgleichung (2.8) des CAPM bzw. Marktmodells erlaubt durch die Modifikation zu Gleichung (3.1) die zeitliche Variation der Regressionskoeffizienten und bildet die Basis für alle folgenden Modellschätzungen. Die vorliegende Untersuchung geht gemäß CAPM von einem Rendite-Risiko-Zusammenhang aus, wie er in Gleichung (2.5) formuliert ist, d.h.

$$g_t = \beta_t \cdot h_t . \quad (4.2)$$

Dies impliziert, dass das Absolutglied gleich Null ist. Weicht also im Folgenden das geschätzte α nicht signifikant von Null ab, so ist dies als Bestätigung des CAPM zu sehen. Der Betafaktor hingegen sollte Bedeutsamkeit ausdrücken. Da für die untersuchten Wertpapiere ausschließlich große Aktienwerte des Prime Standards ausgewählt wurden, die zudem selbst Bestandteil des Markt-Proxies HDAX sind, ist a priori zu vermuten, dass für β ein positiver, sich um Eins bewegender Wert geschätzt wird.³⁴

Es gelten die Annahmen des klassischen Regressionsmodells. Die Annahme der Normalverteilung der erwarteten Renditen wird schon in der Herleitung des CAPM unterstellt, ist aber gerade bei Aktienkursen in der Praxis kaum vorstellbar. Finanzdaten unterliegen i.d.R. dem bekannten Phänomen der „fat tails“ (Vorliegen extremer Renditeschwankungen).³⁵ Für die Beta-Schätzungen mittels OLS ist die Normalverteilung allerdings keine Voraussetzung.

³⁴ Eine Bewegung *um den Wert 1* meint hier, dass das geschätzte $\beta \in (0,2]$ ist. Durch die zeitabhängige Modellierung sind temporär auch größere Werte $\beta > 2$ sowie negative Werte $\beta < 0$ zu erwarten.

³⁵ Vgl. KIM, 2002, S. 3.

4.3 Schätzungen und Beurteilung

Das CAPM wird für jedes der 20 Großunternehmen (siehe Anhang 2) getestet. Die Schätzungen erfolgen mit dem Programm RATS 6.3. Als Einstieg und Vergleichsmethode zu den zeitvariablen Verfahren erfolgt zunächst eine Schätzung über OLS.

Methode der kleinsten Quadrate

Die exemplarische Darstellung der Ergebnisse findet sich in Anhang 3. Bei Betrachtung der geschätzten Absolutglieder fällt auf, dass das α bei einem 10 % -igen Signifikanzniveau nur in drei Schätzungen (Aixtron, Lufthansa und SAP) – konform zum CAPM – nicht signifikant von Null verschieden ist. Zwei weitere (Deutsche Bank und BMW) sind auf Basis des 5 % -igen Signifikanzniveaus wenigstens grenzwertig, während drei Viertel der Schätzungen allein unter diesem Gesichtspunkt die Gültigkeit des CAPM anzweifeln und ein signifikantes Alpha aufweisen. Die Betafaktoren sind sämtlich signifikant von Null verschieden und zeigen einen positiven Zusammenhang. Laut OLS-Schätzung kann beispielsweise im Fall der Unternehmen adidas und IKB bei einer einprozentigen Erhöhung der Überrendite des Marktes nur eine unterproportionale Steigung der Aktienüberrendite von einem halben Prozent erwartet werden. Beide Schätzungen fallen allerdings durch ein sehr niedriges R^2 von jeweils nur 15 % auf. Einen höheren Erklärungswert besitzt die Schätzung zur Aixtron-Aktie (43 %), die auf Marktschwankungen stark überproportional reagiert ($\beta = 1,8051$). Generell schwankt genau eine Hälfte der beobachteten Aktien stärker als der HDAX ($\beta > 1$) und die zweite Hälfte schwächer ($\beta < 1$). Die Aktien der Deutschen Telekom und von Daimler verhalten sich am *marktnächsten* ($\beta \approx 1$).

Die Ergebnisse sind jedoch mit Vorsicht zu genießen. Der Standardfehler der Schätzung³⁶ ist sehr hoch und der Erklärungswert der Modelle (R^2) beträgt meist nicht einmal 50 %. Allein im Fall von Siemens scheint die geschätzte Regressionsgerade wenigstens zwei Drittel der quadratischen Abweichungen der Überrendite der Aktie von ihrem Mittelwert zu erklären. Allerdings zeigt die Überprüfung der Modellannahmen, dass die CAPM-Schätzung über OLS ungenügend ist. Die Resultate für die Siemens-Aktie sind in Anhang 4 dargestellt, gelten im Ergebnis aber für alle Unternehmen. Während zum Vorliegen der Autokorrelation keine einheitlichen, eindeutigen Aussagen machbar sind, kann sowohl der Nachweis von Heteroskedastie als auch nicht-normalverteilter Residuen erbracht werden.³⁷ Ein weiteres Problem, das mit der Spezifikation des CAPM einhergeht, ist die Korrelation

³⁶ Auch: *Root Mean Square Error* (RMSE), vgl. Gleichung (4.3).

zwischen der Residualgröße und dem Regressor HDAX, der in der Praxis nicht deterministisch ist. Die Schätzungen über OLS sind demnach verzerrt und inkonsistent. Dies alles sind jedoch *nur* die statistischen Bestätigungen für die bisherigen Erkenntnisse und legitimieren den Übergang zu den Schätzmethoden aus Kapitel 3.

Zeitreihenmodelle mit variierendem Betafaktor

Durch das Zulassen der Veränderung des Regressionskoeffizienten im Zeitverlauf werden nicht nur den praktischen Fakten Rechnung getragen, sondern konsequenterweise auch die statistischen Eigenschaften verbessert. Die Beta-Variation ermöglicht ein *Entlasten* der Residualgrößen, was zur Einhaltung mancher Modellannahme (z.B. Homoskedastie) bzw. Korrektur der Annahmeverletzungen führt. Die *Rekursive Diskontierte Methode der kleinsten Quadrate* (RDLS) und die *Gleitende lokale Regression* (MLR) können jeweils als zeitlich eingegrenzte, fortwährende Wiederholungen der OLS interpretiert werden. Um das Potential der Abbildung von Variationen im Parameter auch in letzterem Ansatz zu erzielen, wird das Zeitfenster der Schätzungen möglichst gering gewählt.

Eine Übersicht zu den Ergebnissen der MLR- und der RDLS-Schätzung gibt die zusammenfassende Darstellung in Anhang 5. Die geschätzten zeitvariablen Regressionskoeffizienten sind dabei jeweils nur in ihrem Mittel angegeben. Einen Eindruck über die Schwankungsbreite der Betas vermitteln die Extremwerte in der Tabelle sowie die zugehörigen Graphiken in Anhang 6. Die abgebildeten Ergebnisse beziehen sich bei der RDLS auf ein δ von 0,95 und eine initiiierende Periode von drei Monaten ($m = 63$ Handelstage). Die Schätzung der MLR konnte aus technischen Gründen in RATS nur vergangenheitsbezogen und mit einer Gewichtung von $w = 1$ durchgeführt werden, so dass de facto die spezielle Form der MWLS vorliegt. Die Länge des Zeitfensters der MLR-Ergebnisse in Anhang 5 beträgt einen Monat (21 Handelstage). Die Wahl der festzulegenden Größen (Diskontierungsfaktor, Länge der Ausgangsperiode bzw. des Zeitfensters) wurde in beiden Ansätzen mehrfach variiert, um schließlich eine im Sinne der *Abbildung der Variation* sowie der *Güte der Schätzung* optimale Modellierung zu erhalten. Zur Beurteilung der Schätzung diente dabei als quantitatives Fehlermaß, das die durchschnittliche Standardabweichung der gesamten Schätzung misst, der Root Mean Square Error

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T (g_t - \hat{\beta}_t \cdot h_t)^2} . \quad (4.3)$$

³⁷ Unter bestimmten Gegebenheiten ist die Beseitigung der genannten Annahmeverletzungen möglich (Verallgemeinerte Methode der kleinsten Quadrate, Differenzenregression, Logarithmieren, u.a.).

Die Werte des RMSE für die beiden ausgewählten Schätzansätze sowie für eine vergleichende OLS-Schätzung sind dem Anhang 7 zu entnehmen.

Die angegebenen Mittelwerte des Betafaktors sind einzeln betrachtet nicht sehr aussagekräftig. Vielmehr sind sie im Zusammenhang mit der zeitlichen Entwicklung über die gesamte Beobachtungsperiode zu sehen. Diesbezüglich verdeutlichen die Graphiken in Anhang 6 sehr gut, dass in allen untersuchten Fällen Variationen im Regressionskoeffizienten vorliegen. Diese Veränderungen sind allerdings sehr unterschiedlich ausgeprägt. Während gerade bei Technologie-Werten wie Aixtron, Infineon und United Internet starke Beta-Schwankungen zu beobachten sind, verläuft die Variation bei etablierten, großen Konzernen wie der Deutschen Bank oder Linde relativ marktnah.

Bei Betrachtung der über MLR und RDLS geschätzten durchschnittlichen Betafaktoren der einzelnen Wertpapiere fallen im Vergleich zu den Ergebnissen der OLS in den überwiegenden Fällen keine großen Abweichungen auf. Die nennenswerten Ausnahmen bilden die Aktie der Deutschen Börse, die statt als defensives Wertpapier ($\beta^{OLS} \approx 0,8$) eher als neutrales Wertpapier ($\beta^{MLR} = \beta^{RDLS} \approx 1,0$) eingestuft wird, die TUI-Aktie, die demnach eher neutral ($\beta^{MLR} = \beta^{RDLS} \approx 1,0$) als aggressiv ($\beta^{OLS} \approx 1,2$) ist, sowie die Aktie der Deutschen Telekom, die mal aggressiv ($\beta^{MLR} \approx 1,2$), mal neutral ($\beta^{OLS} \approx 1,0$) und mal schwach defensiv ($\beta^{RDLS} \approx 0,95$) geschätzt wird. Bei der MLR fallen weiterhin die sehr geringen Mittelwerte von adidas ($\beta^{MLR} \approx 0,2$) und IKB ($\beta^{MLR} \approx 0,1$) sowie der überaus hohe Durchschnittswert von United Internet ($\beta^{MLR} \approx 4,4$) auf. Bei der Schätzung über RDLS hingegen liegen die mittleren Betas – wiederum abgesehen von adidas ($\beta^{RDLS} \approx 0,5$) und United Internet ($\beta^{RDLS} \approx 2,0$) sowie von Aixtron ($\beta^{RDLS} \approx 1,8$) – kompensiert in einem Intervall von ca. $\pm 0,35$ um die Marktschwankung ($\beta = 1$) herum.

Es ist jedoch zu beachten, dass beide Schätzansätze sehr hohe Standardabweichungen aufweisen. Dies ist durch das Vorliegen der Zeitabhängigkeit der Koeffizienten einerseits zu erwarten, soll aber andererseits durch die explizite Modellierung der Variation möglichst gut abgebildet und somit *in den Griff bekommen* werden. Im Vergleich zur OLS konnte der RMSE bei Anwendung der MLR mit durchschnittlich einem Viertel (24,75 %) beachtlich reduziert werden, bei Anwendung der RDLS sogar um fast ein Drittel (30,31 %). Zum Einen beruht dieser Erfolg allerdings sehr stark auf den enormen Verbesserungen der Schätzungen der Unternehmensaktien aus der Technologie- und Software-Branche (Aixtron, Infineon, SAP, United Internet), zum Anderen bewegen sich die Abweichungen generell

auf einem überaus hohen, absoluten Niveau, d.h. im Allgemeinen ist der Erklärungswert der Überrenditen der Aktien nicht befriedigend.

4.4 Schlussbemerkungen

Ein Portfolio-Manager oder Risiko-Analyst wird mit den Prognosen, die die vorliegenden Schätzansätze treffen können, kaum vollends zufrieden sein. Aufgrund ihrer Bedeutung und Auswirkungen erfordern beispielsweise Risikobewertungen und Entwicklungsanalysen stets präzise Ergebnisse. Dem können die vorliegenden Schätzansätze in den überwiegenden Fällen nicht nachkommen. Hier ist neben dem Problem der ungenauen Vorhersage der Wertpapier-Überrenditen zusammenfassend vor allem die mangelhafte Quantifizierung des systematischen Risikos zu nennen. Denn gerade in Risikobewertungen können bereits geringe Abweichungen und Unterschiede in der Schätzung des Betafaktors folgenschwer sein. Dies gilt im Besonderen, wenn die Bestimmung des Betas in Dimensionen erfolgt, in denen es darum geht, ob die untersuchte Aktie *in* oder *gegen* die Richtung des Marktes schwankt ($\beta > 0$ oder $\beta < 0$) bzw. ob sie eher *defensiv* oder *aggressiv* auf Marktveränderungen reagiert ($\beta < 1$ oder $\beta > 1$).

Einen wichtigen Aspekt konnte die vorliegende Untersuchung jedoch zweifelsfrei nachweisen und somit bestätigen. Der Betafaktor einer Unternehmensaktie ist über die Zeit nicht konstant. Die Graphik in Anhang 8 verdeutlicht am Beispiel der IKB die Variation im Regressionskoeffizienten. Es ist erkennbar, dass das Wertpapier in den vergangenen Jahren in Bezug auf den Markt sehr unterschiedlich geschwankt hat. Sowohl die Schätzung über die MLR als auch über die RDLS bestimmen dabei ein variierendes Beta, das sich in der ersten Hälfte der Beobachtungsperiode – abgesehen von wenigen kurzzeitigen Ausreißern – innerhalb einer relativ konstanten Breite zwischen -0,5 und 1,0 bewegt. Anschließend reagiert das Wertpapier tendenziell aggressiver und mit einer weitaus höheren Variation in der Schwankung. Sehr auffallend sind dabei die Entwicklungen am aktuellen Rand, die der IKB-Aktie bezogen auf die Änderungen im Marktindex HDAX bis zu fünfeinhalbfache Schwankungen in Markttrichtung bzw. bis zu zweifache Schwankungen gegen die Markttrichtung bescheinigen. Dies lässt sich durch die aktuellen, akuten Schwierigkeiten erklären, in die die IKB infolge der *Subprime-Krise* geraten ist. Die vermutete Verletzung der Stabilitätsannahme durch bestimmte Ereignisse wurde somit in dieser Hinsicht bestätigt.

Abschließend sei noch kritisch auf einige wichtige Kernpunkte der Schätzungen hingewiesen. Zunächst sind hier die Annahmen des CAPM zu nennen, die in der Praxis in dieser

Form nicht vorliegen und somit die Schätzungen beeinflussen. Voraussetzungen wie das Vorliegen effizienter Finanzmärkte ohne Arbitragemöglichkeiten, die homogenen Erwartungen der Anleger, die Normalverteilung der Renditen, die Parität von risikofreiem Geldanlage- und Kreditzins sowie perfekte Information aller Investoren sind nicht nur anzuzweifeln, sondern schlicht unrealistisch. Gleiches gilt für die Spezifikation des CAPM als Einfaktormodell, was in der komplexen Finanzwelt eine viel zu enge Eingrenzung darstellt.

Ein weiteres Problem in den Schätzungen besteht in dem vorhandenen, hohen Grad an Willkür, beginnend mit der Festlegung des Marktportfolios, das – um Konformität zum CAPM zu gewährleisten – alle verfügbaren Anlageformen in ihrer Gesamtheit erfassen müsste. Dies impliziert neben Aktien und gängigen Finanzinstrumenten beispielsweise auch Investitionen in Immobilien, Wertgegenstände, Ausbildung und Humankapital sowohl im In- als auch im Ausland. Weitere Auswahlmöglichkeiten liegen im Fall des risikolosen Zinssatzes, bei der Eingrenzung der untersuchten Wertpapiere sowie in den festzulegenden Größen der Schätzansätze (Konstanten, Zeitfenster, Startwerte, etc.) vor. Darüber hinaus ist das angewendete Verfahren der MLR insofern völlig willkürlich, als dass in die einzelnen Schätzungen jeweils nur eine sehr begrenzte Anzahl von Daten einfließt und vergangene Informationen nicht beachtet werden. Auf diese Weise können zwar Instabilitäten aufgefangen werden, über bestehende Niveauveränderungen oder Strukturbrüche wird durch das stetige *Weiterrollen des Zeitfensters* jedoch einfach hinweggeschätzt.

Die vorangegangenen Ausführungen fundieren den Bedarf an weiterführenden Untersuchungen. Die vorliegenden Schätzungen beinhalten überwiegend einen relativ schwachen Erklärungsgehalt und verdeutlichen aber zugleich, dass zeitvariable Modellierungen des CAPM, insbesondere in der Technologie- und Software-Branche, unumgänglich sind. Dabei ist zu klären, inwieweit die Ansätze des RWM und der FLS, die sich in der Empirie teilweise bewährt haben und gemäß theoretischer Überlegungen zu favorisieren sind, die Güte der Schätzung erhöhen können, und inwiefern Möglichkeiten zur Bildung und Handhabung komplexerer, praxisnäherer Modelle bestehen.

5 Die Betavariation: Fazit und Fortführung

Konträr zur Diskussion um den *Tod des Betafaktors*³⁸ weist die vorliegende Arbeit nach, dass das *Beta lebt*. Dies kann in zweifacher Hinsicht interpretiert werden.

Als Erstes ist hier der Aspekt des praktischen Bedarfs nach den Schätzungen zu nennen. Die Nachfrage nach aktuellen und präzisen Angaben zum Faktor des systematischen Risikos ist im finanzwirtschaftlichen Bereich sehr hoch. In vielen Anwendungsgebieten hat sich ein bewusster Umgang mit dem CAPM und seinem Beta durchgesetzt, der sowohl die zahlreichen Kritikpunkte des Modells als auch die wichtigen Erkenntnisse bezüglich des Rendite-Risiko-Zusammenhangs sowie den Wert für empirische Finanzmarktuntersuchungen beachtet. Die Schätzungen der vorliegenden Arbeit haben gezeigt, dass das CAPM in Reinform am Finanzmarkt erwartungsgemäß keine Gültigkeit beanspruchen kann, seine Grundaussage, dass Änderungen in der Volatilität der Aktien bedeutende Effekte auf die Kurse bzw. Renditen haben, aber völlig zutreffend ist. Dass zur Erklärung dieses Zusammenhangs nach wie vor das CAPM angewendet wird, beruht auf den schlichten Tatsachen, dass es *einfach* (bezogen auf den Rechenaufwand) und *gut* (im Vergleich zu alternativen Modellen) ist. Für wertpapieraffine Analysen und Bewertungen werden Portfolio- und Risikomanager somit auch in Zukunft Beta-Voraussagen mit höchster Präzision nachfragen.

Der zweite Aspekt betrifft die Parameter-Variation selbst. Die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit haben unabhängig vom angewendeten Schätzansatz deutlich gezeigt, dass das Beta nicht konstant ist. Für alle untersuchten Wertpapiere konnte das Vorliegen zeitlicher Variationen im Regressionskoeffizienten nachgewiesen werden, wenn auch häufig bei unbefriedigender Schätzgüte. Die geschätzten Betas der 20 Großunternehmen wiesen in der Beobachtungsperiode teilweise gravierende Schwankungen in der Bandbreite von -4,2% (Puma) bis 11,8% (United Internet) auf. Dabei ist zu beachten, dass die Untersuchung auf stabile Aktiengesellschaften des deutschen Marktes beschränkt blieb, was eine starke Eingrenzung darstellt. Neben dem Qualitätssiegel der Gebundenheit der Unternehmen an die strengen Aufnahmekriterien des jeweiligen Aktienindex zeigen auch die Ergebnisse dieser Studie, dass die durchschnittlichen Schwankungen ihrer Aktienkurse bezogen auf Veränderungen im HDAX relativ *marktnah* und *in Marktrichtung* erfolgen. Es ist zu vermuten, dass aus einer Untersuchung unter Einbezug von Wertpapieren kleinerer Unternehmen eine insgesamt weitaus größere Parameter-Variation resultiert. All diesen Erkenntnissen

³⁸ Vgl. FAMA/FRENCH, 1992, S. 427ff.

kommt aufgrund der Konsequenzen auf das Risikomanagement und auf andere finanzwirtschaftliche Anwendungen eine große praktische Bedeutung zu.

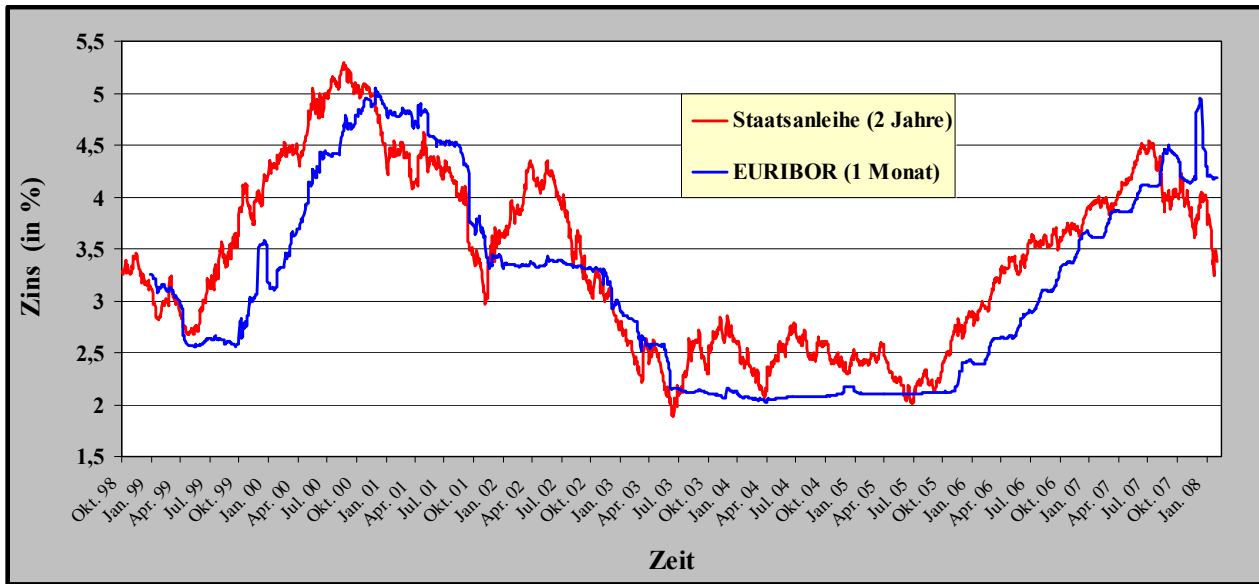
Um die zeitlichen Veränderungen zu quantifizieren und weiterhin dem erstgenannten Aspekt der praktischen Bedeutung nachzukommen, sind weitere Untersuchungen unabdingbar. Die empirischen Ergebnisse der vorliegenden Studie können insofern übernommen werden, als dass die Voraussetzungen der Ablehnung des klassischen CAPM und des Vorliegens der zeitlichen Beta-Instabilität gegeben sind. Die Hauptaufgabe zukünftiger Forschung liegt somit in der Optimierung der Modelle und Schätzverfahren. Um die Variation des Regressionskoeffizienten zu konkretisieren und die Prognosemöglichkeiten zu verbessern sind in vielfacher Hinsicht weit komplexere Modellierungen nötig. Es lassen sich weitere erklärende Faktoren mit einbeziehen, die beispielsweise die Firmengröße oder Unternehmensbranche berücksichtigen, Vorteile der verschiedenen Ansätze kombinieren, optimale Gewichtungen finden oder nach der Art der vorliegenden Variation unterscheiden. In diesem Zusammenhang ist im Besondern auch auf die praktische Umsetzbarkeit und Anwendung des Modells zu achten. Denn als Ergebnis der vorliegenden Arbeit kann auch festgehalten werden, dass eine Schätzung von **Zeitreihenmodellen mit variierenden Regressionskoeffizienten** unter den gegebenen technischen Voraussetzungen nur mit großem, rechenbetontem Aufwand sowie Fachkenntnissen der Informatik und Programmierung möglich ist.³⁹

Gelingt beides – sowohl die Schaffung realitätsnäherer Modelle und Annahmen als auch die Implementierung großer Teile des Rechenaufwands der Schätzverfahren in Software-Programme – in Kombination, so ist eine Erfolg versprechende Fortführung der vorliegenden Arbeit möglich. Über die *OLS* wurde die Gültigkeit des zeitunabhängigen CAPM angezweifelt, über die *MLR* und *RDLS* die Existenz variierender Betas nachgewiesen, und über weiterentwickelte Schätzmethoden gilt es nun, die Grundlage zur präzisen Bestimmung der Betafaktoren zu legen.

³⁹ Beachte zu dieser Erkenntnis auch EBNER/NEUMANN, 2005, S. 31: „So far, no dominating procedure could be established in the sense that a broad society can make use of it without being involved in non-trivial specification and estimation issues.“.

Anhang

Anhang 1: EURIBOR und BSA-Rendite seit 1998

Anhang 2: Übersicht der Unternehmen der Studie⁴⁰

Variable	Unternehmen	Branche	Indexzugehörigkeit	ISIN	IPO	Kurs (in EUR) am 11.02.2008
G_ADS	adidas AG	Konsumgüter	DAX	DE0005003404	17.11.1995	42,37
G_AIX	Aixtron AG	Technology	TecDAX	DE0005066203	06.11.1997	8,39
G_ALV	Allianz SE	Versicherungen	DAX	DE0008404005	12.12.1895	113,25
G_BAS	BASF SE	Chemie	DAX	DE0005151005	22.12.1953	84,08
G_BMW	BMW AG	Automobil	DAX	DE0005190003	01.01.1926	34,20
G_DAI	Daimler AG	Automobil	DAX	DE0007100000	17.11.1998	50,28
G_DB1	Deutsche Börse AG	Finanzdienstleister	DAX	DE0005810055	05.02.2001	116,17
G_DBK	Deutsche Bank AG	Banken	DAX	DE0005140008	30.05.1870	75,20
G_DTE	Deutsche Telekom AG	Telekommunikation	DAX	DE0005557508	18.11.1996	13,23
G_FRA	Fraport AG	Transport & Logistik	MDAX	DE0005773303	11.06.2001	49,18
G_IFX	Infineon Technologies AG	Technology	DAX	DE0006231004	13.03.2000	5,72
G_IKB	IKB Deutsche Industriebank AG	Banken	MDAX	DE0008063306	28.10.1955	4,94
G_LHA	Deutsche Lufthansa AG	Transport & Logistik	DAX	DE0008232125	14.04.1966	15,3
G_LIN	Linde AG	Chemie	DAX	DE0006483001	21.06.1879	83,98
G_PUM	Puma AG	Konsumgüter	MDAX	DE0006969603	10.06.1986	232,45
G_SAP	SAP AG	Software	DAX	DE0007164600	04.11.1988	32,96
G_SIE	Siemens AG	Industriegüter	DAX	DE0007236101	01.01.1897	85,45
G_TUII	TUI AG	Transport & Logistik	DAX	DE000TUAG000	24.03.1959	15,33
G_UTDI	United Internet AG	Software	TecDAX	DE0005089031	23.03.1998	13,00
G_VOW	Volkswagen AG	Automobil	DAX	DE0007664005	15.08.1961	149,81

⁴⁰ Die Angaben zu den Unternehmen sind der Internetseite der Deutschen Börse entnommen. Vgl. o.V., 2008. Die Bezeichnung der Variablen ist angelehnt an das offizielle Börsenkürzel der Unternehmen und wird im weiteren Modell beibehalten. Die das spezifische Wertpapier kennzeichnende ISIN (International Security Identification Number) erleichtert die Aktienkurs-Suche in der Praxis. Das IPO (Initial Public Offering) gibt den Beginn der Börsennotierung des Unternehmens an.

Anhang 3: Übersicht der OLS-Schätzungen

Variable	T	OLS						
		Schätzung		t-Statistik		R ²	RMSE	F
		Alpha	Beta	Alpha	Beta			
G_ADS	2317	0,4980	0,5171	3,11	20,60	0,1549	7,69	424,5
G_AIX	2310	0,2702	1,8051	0,98	41,58	0,4283	13,30	1729,2
G_ALV	2317	-0,8263	1,2665	-6,32	61,78	0,6225	6,28	3817,0
G_BAS	2317	0,6668	0,7286	6,40	44,60	0,4621	5,01	1988,8
G_BMW	2317	0,2673	0,8238	1,97	38,61	0,3917	6,54	1490,5
G_DAI	2317	-0,5203	1,0237	-3,81	47,80	0,4967	6,56	2284,8
G_DB1	1764	2,1468	0,7537	13,83	31,89	0,3659	6,52	1016,8
G_DBK	2317	0,2104	1,0897	1,79	59,07	0,6012	5,65	3489,4
G_DTE	2317	-0,5226	0,9890	-2,71	32,76	0,3168	9,25	1073,5
G_FRA	1672	0,5108	0,7095	2,84	26,03	0,2886	7,35	677,4
G_IFX	1992	-1,3603	1,5432	-5,23	37,78	0,4177	11,62	1427,6
G_IKB	2313	-0,9672	0,5112	-6,07	20,49	0,1537	7,65	419,7
G_LHA	2317	-0,1965	1,0748	-1,34	46,86	0,4868	7,03	2196,0
G_LIN	2317	0,4492	0,6530	3,66	33,91	0,3318	5,90	1149,7
G_PUM	2314	2,7913	0,6371	14,16	20,61	0,1552	9,47	424,7
G_SAP	2316	0,2696	1,3854	1,23	40,22	0,4114	10,56	1617,4
G_SIE	2317	0,6731	1,4079	5,07	67,60	0,6637	6,38	4569,3
G_TUII	2317	-0,7247	1,1643	-4,31	44,10	0,4567	8,09	1944,5
G_UTDI	2310	3,1084	1,7136	7,31	25,73	0,2229	20,40	662,0
G_VOW	2317	0,7047	0,7668	4,09	28,36	0,2578	8,28	804,3

Anhang 4: OLS-Schätzung der Siemens-Aktie mit RATS

I. Ergebnisse der Linearregression

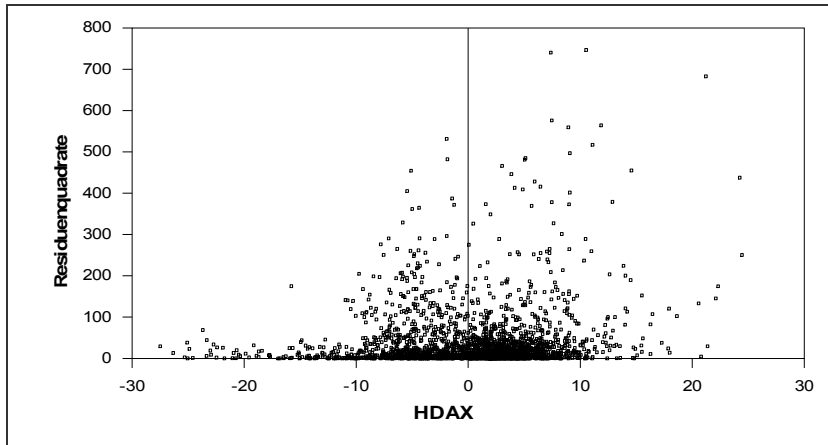
Linear Regression - Estimation by Least Squares
 Dependent Variable G_SIE
 Usable Observations 2317
 Degrees of Freedom 2315
 Centered R**2 0.663729
 R Bar **2 0.663584
 Uncentered R**2 0.667218
 T x R**2 1545.944
 Mean of Dependent Variable 1.126098264
 Std Error of Dependent Variable 11.000947497
 Standard Error of Estimate 6.380700542
 Sum of Squared Residuals 94251.380723
 Regression F(1,2315) 4569.3353
 Significance Level of F 0.00000000
 Log Likelihood -7580.72503
 Durbin-Watson Statistic 0.107945

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	0.6730912598	0.1327271128	5.07124	0.00000043
2. H	1.4078550819	0.0208272265	67.59686	0.00000000

II. Überprüfung ausgewählter Modellannahmen

• Homoskedastie

(Scatterplot der geschätzten Residuenquadrate gegen die Überrenditen des HDAX und Breusch-Pagan-Godfrey-Test)



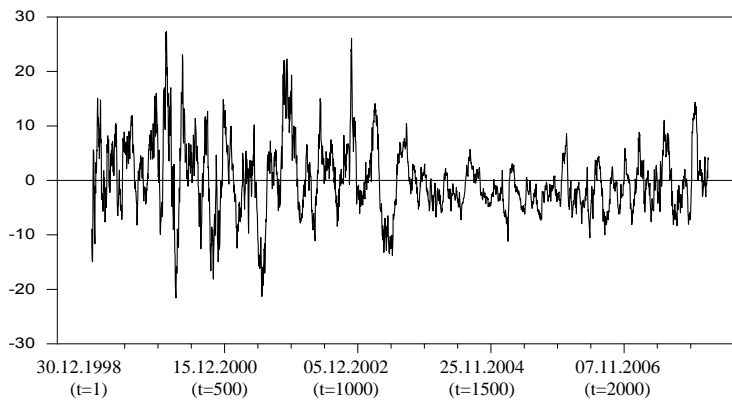
Linear Regression - Estimation by Least Squares
 Dependent Variable QBPG_REST
 Usable Observations 2317
 Degrees of Freedom 2315

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif

1. Constant	40.245247157	1.524271815	26.40293	0.00000000
2. H	1.345519126	0.239185149	5.62543	0.00000002

BPG-Test
 Chi-Squared(1) = 31.245673 with Significance Level 0.00000002

• Nicht-Autokorrelation (Graph der Residuen über die Zeit)



• Normalverteilung der Residuen (Statistik der Restgröße)

Statistics on Series REST			
Observations	2317		
Sample Mean	0.000000		
Variance	40.695760		
Standard Error of Sample Mean	6.379323		
	0.132529		
t-Statistic (Mean=0)	0.000000	Signif Level	1.000000
Skewness	0.476221	Signif Level (Sk=0)	0.000000
Kurtosis (excess)	1.291925	Signif Level (Ku=0)	0.000000
Jarque-Bera	248.712133	Signif Level (JB=0)	0.000000

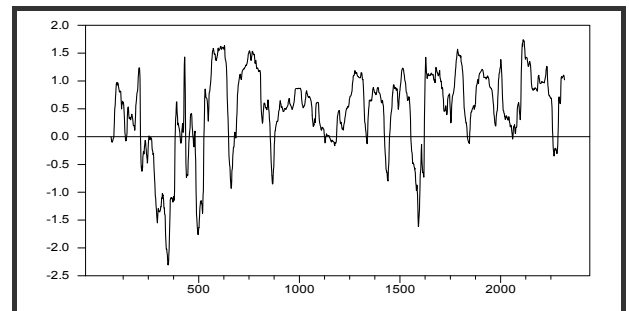
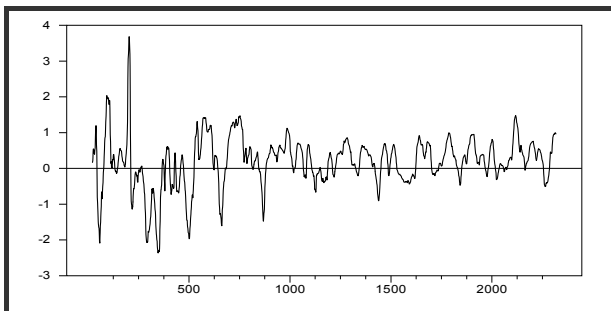
Anhang 5: Beta-Schätzungen über MLR und RDLS

Variable	Variierende Beta-Schätzung							
	MLR				RDLS			
	Mittelwert	Standardabweichung	Minimum	Maximum	Mittelwert	Standardabweichung	Minimum	Maximum
G_ADS	0,1869	0,7099	-2,3644	3,6851	0,4522	0,7376	-2,3085	1,7428
G_AIX	1,1989	0,9705	-2,2258	4,4973	1,7819	1,3086	-2,4490	7,6507
G_ALV	1,1768	0,6084	-2,6645	2,9173	1,1434	0,5563	-0,2922	2,6761
G_BAS	0,6346	0,4984	-0,9138	3,3779	0,7948	0,4973	-0,5918	2,3869
G_BMW	0,6621	0,5578	-1,2394	2,8173	0,7863	0,5877	-1,0831	2,3627
G_DAI	1,1470	0,5701	-0,7221	2,8485	1,1320	0,6280	-0,5785	3,0816
G_DB1	1,0436	0,6741	-1,4281	4,1951	1,0463	0,8419	-0,8032	4,8881
G_DBK	1,1636	0,4682	-0,3430	2,7212	1,0822	0,4696	-0,5787	2,4191
G_DTE	1,1867	0,8455	-1,7464	4,2762	0,9538	0,9033	-1,5782	3,4775
G_FRA	0,7234	0,7233	-1,1961	3,5335	0,7733	0,7832	-1,2661	3,9998
G_IFX	1,3681	1,2856	-2,8076	8,0195	1,3542	1,0432	-1,3968	5,5582
G_IKB	0,1483	0,5170	-1,9979	3,7090	0,6442	0,8873	-1,8525	5,4532
G_LHA	0,8313	0,6635	-1,6419	2,8634	1,0102	0,7285	-1,1533	2,8479
G_LIN	0,6612	0,5558	-1,6661	2,8311	0,6978	0,5393	-1,0946	1,9101
G_PUM	0,7287	1,0112	-4,2274	4,2525	0,7055	0,8759	-2,3968	2,7900
G_SAP	1,2645	1,1851	-1,9023	6,1481	1,2029	1,0493	-1,8366	5,5739
G_SIE	1,3627	0,5882	-0,2958	3,6437	1,3566	0,6434	-0,5281	4,1996
G_TUI1	1,0325	0,6438	-1,0796	3,3692	0,9616	0,7208	-0,9298	2,7223
G_UTDI	4,3974	2,1930	-2,9696	11,7927	2,0448	1,7717	-2,1451	9,0042
G_VOW	0,8757	0,7443	-1,5342	2,7884	0,9620	1,0061	-2,2749	3,6790

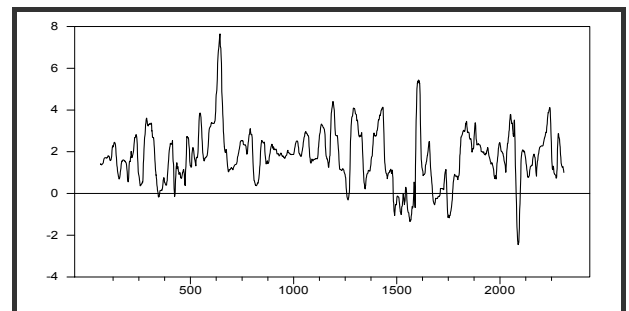
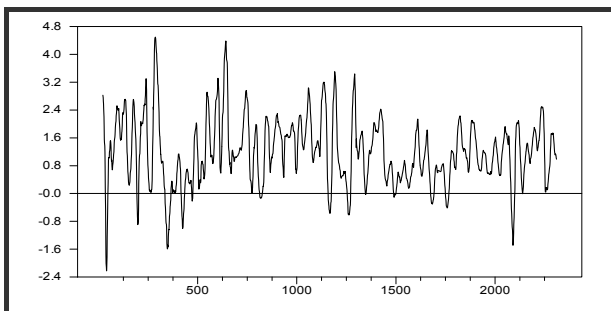
Anhang 6: Graphische Darstellungen der Schätzungen

Zur Veranschaulichung sind im Folgenden die zeitvariablen Beta-Schätzungen über die Schätzmethoden der MLR und der RDLS für zwölf der zwanzig Unternehmen graphisch dargestellt. Es ist darauf zu achten, dass je nach Schwankung des Koeffizienten bzw. je nach Anzahl der Beobachtungswerte die Skalierung an den Achsen variiert. Der Wert des Betafaktors ist in den Graphiken jeweils an der vertikalen Achse abgetragen, der Zeitverlauf an der horizontalen. Da alle Zeitreihen aus handelstäglichen Daten bestehen und diese fortlaufend durchnummeriert sind, erscheint an der Zeitachse die Bezeichnung von 1 bis T . Die linke Graphik bildet jeweils die Ergebnisse der MLR ab, die rechte Graphik diejenigen der RDLS.

ADS

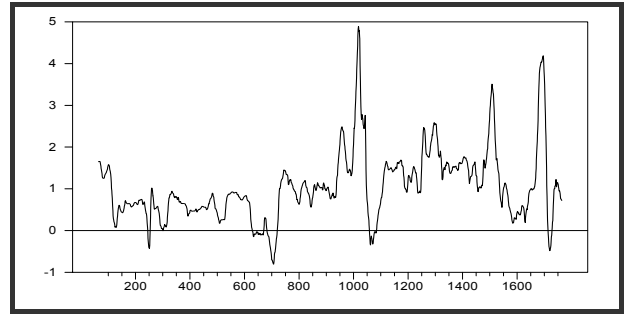
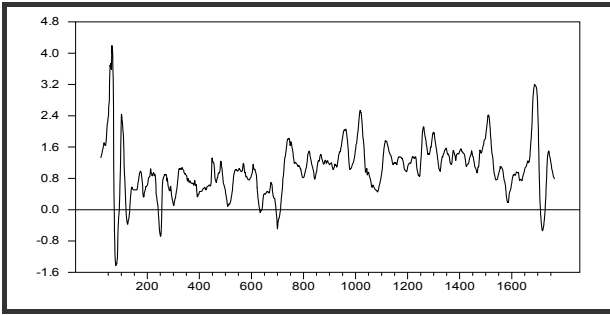


AIX

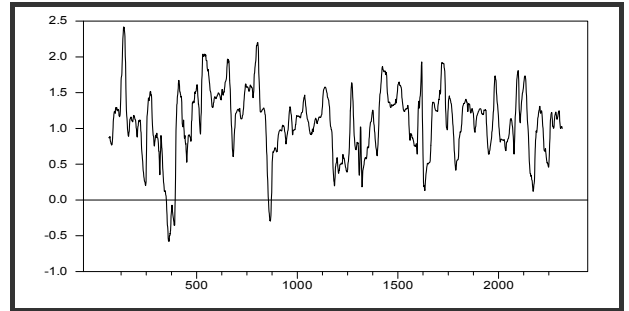
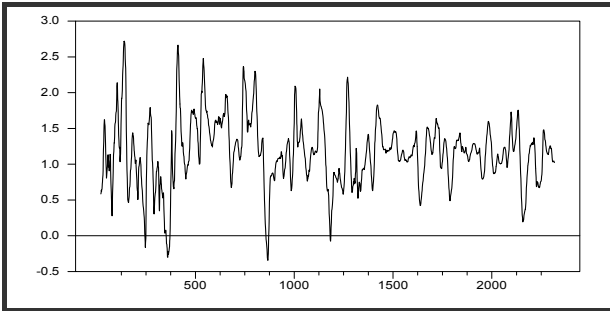


V

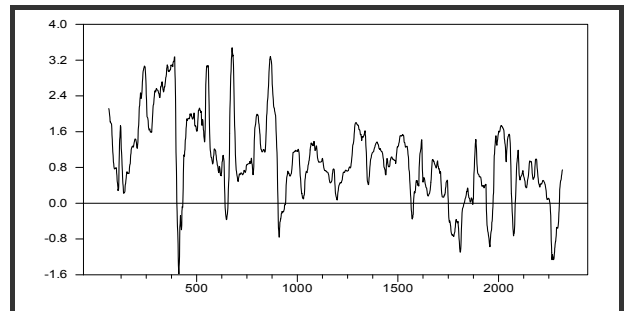
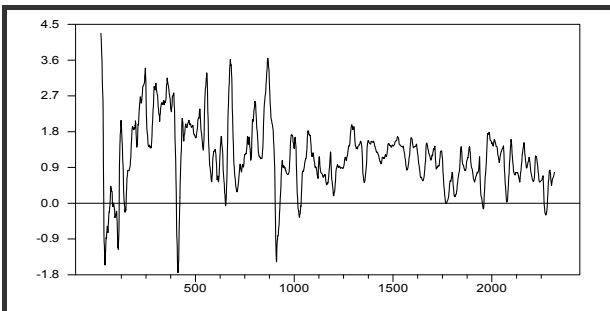
DB1



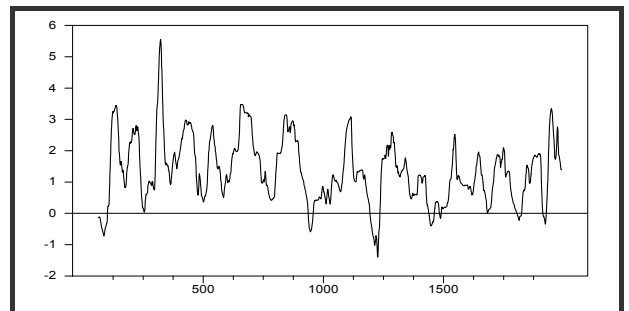
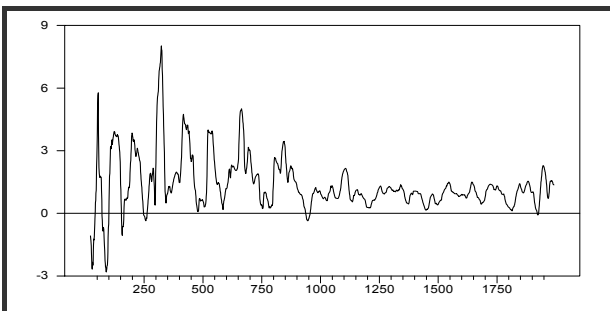
DBK



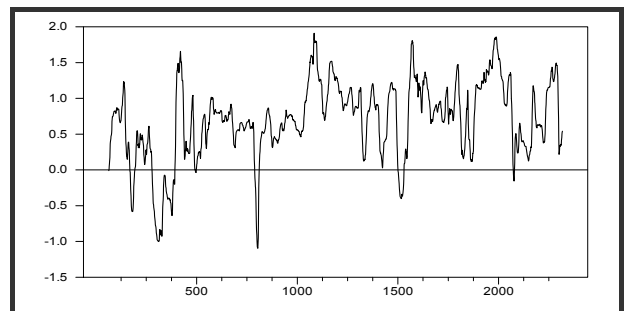
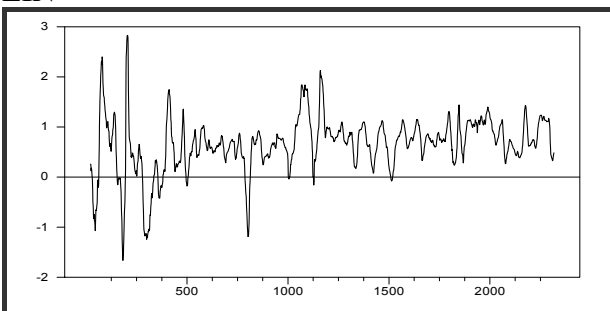
DTE



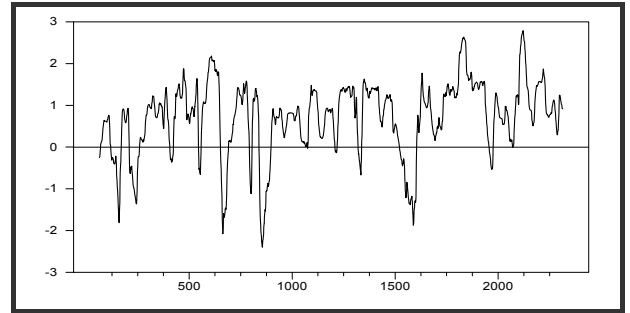
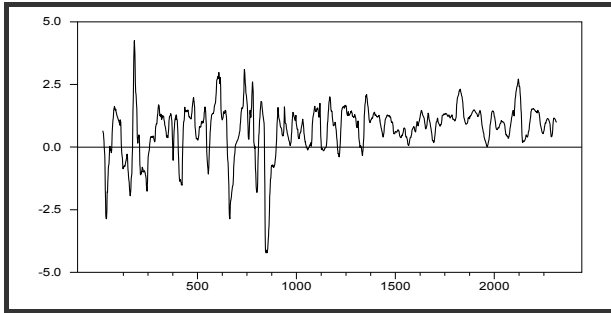
IFX



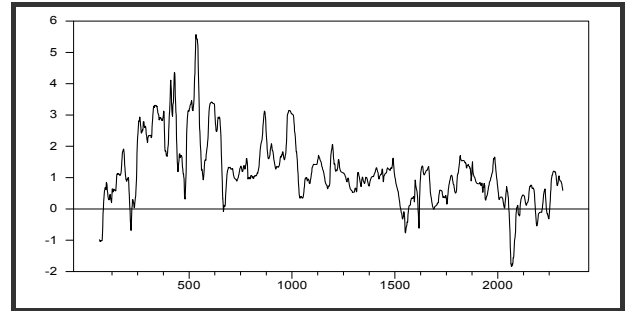
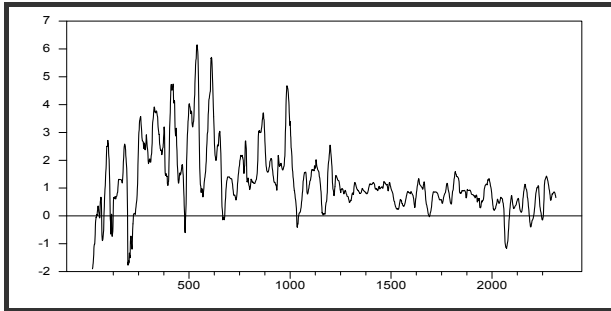
LIN



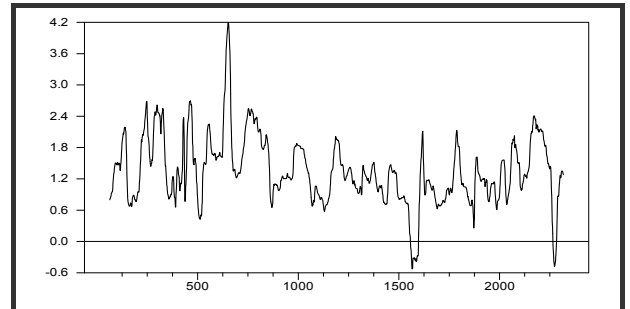
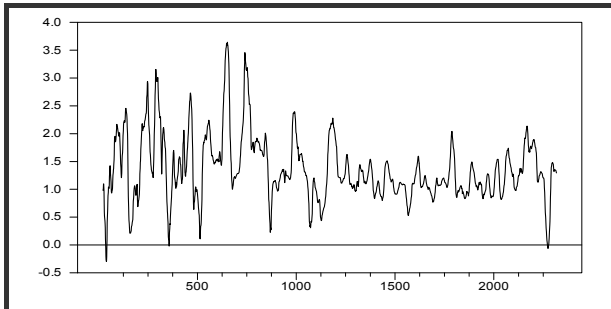
PUM



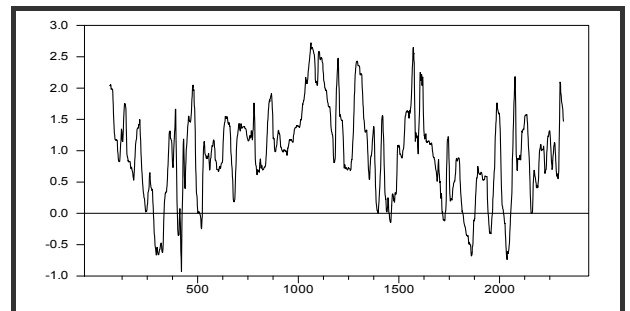
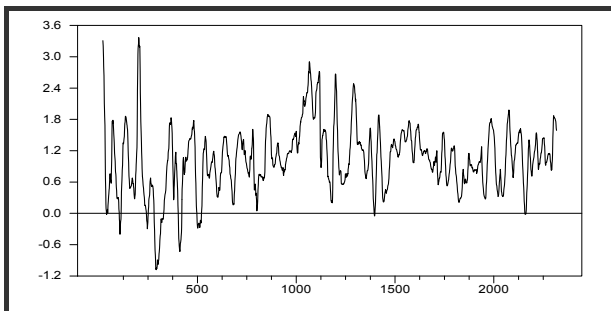
SAP



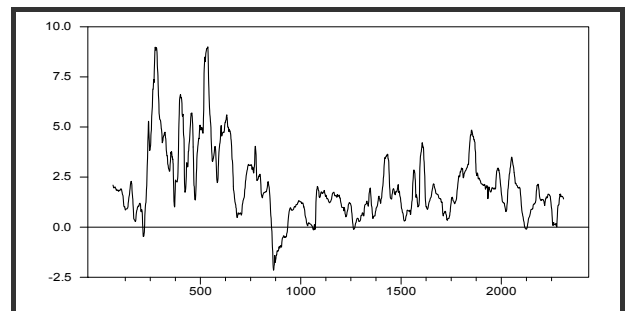
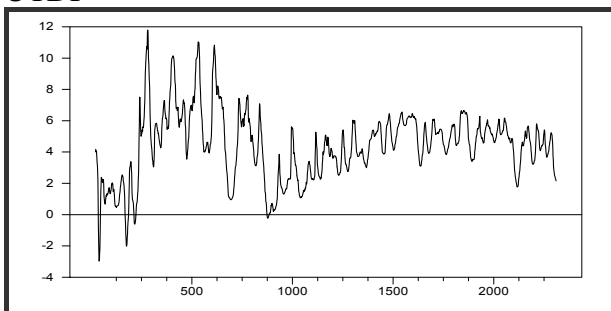
SIE



TUI1



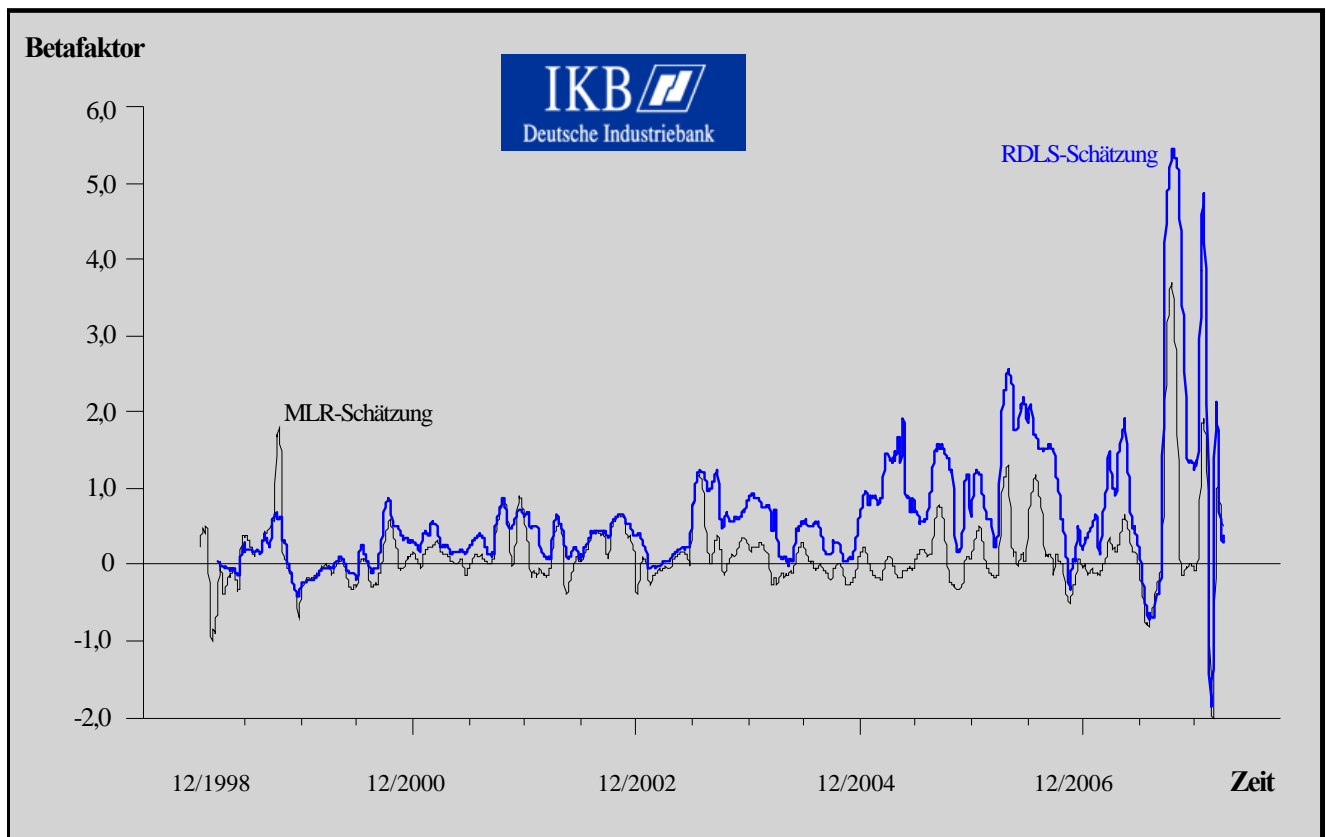
UTDI



Anhang 7: Root Mean Square Errors

Variable	RMSE			Reduzierung im Vergleich zu OLS	
	OLS ⁴¹	MLR	RDLS	MLR	RDLS
G_ADS	4,3135	6,4314	6,0242	-49,10%	-39,66%
G_AIX	25,7563	12,4652	11,4255	51,60%	55,64%
G_ALV	8,1952	5,5765	5,3316	31,95%	34,94%
G_BAS	3,8851	4,4377	4,2972	-14,22%	-10,61%
G_BMW	5,4771	5,7685	5,3399	-5,32%	2,50%
G_DAI	6,6894	5,5218	5,3709	17,45%	19,71%
G_DB1	5,1064	5,6787	5,4310	-11,21%	-6,36%
G_DBK	6,1975	5,2051	5,0182	16,01%	19,03%
G_DTE	9,1058	7,6005	6,9910	16,53%	23,22%
G_FRA	5,4079	6,3102	5,9667	-16,68%	-10,33%
G_IFX	18,7349	9,7470	9,3880	47,97%	49,89%
G_IKB	4,1586	7,0168	6,1261	-68,73%	-47,31%
G_LHA	7,5567	5,9380	5,6633	21,42%	25,06%
G_LIN	4,1351	4,9350	4,8423	-19,34%	-17,10%
G_PUM	6,4238	8,3898	8,1743	-30,60%	-27,25%
G_SAP	15,0365	8,5230	8,4265	43,32%	43,96%
G_SIE	9,7333	5,3790	5,3020	44,74%	45,53%
G_TUI1	9,4477	6,7635	6,5089	28,41%	31,11%
G_UTDI	36,3267	20,5036	15,8710	43,56%	56,31%
G_VOW	6,4992	6,9469	6,6165	-6,89%	-1,80%

Anhang 8: Zeitvariables Beta der IKB-Aktie



⁴¹ Aus Gründen der besseren Vergleichbarkeit basiert der hier angegebene RMSE auf OLS-Schätzungen ohne Absolutglied.

Symbol- und Variablenverzeichnis

a_t	Ausgangskurswert einer historischen Zeitreihe in t
B	Gesamtheit der Regressionskoeffizienten (Schätzung)
\mathbf{b}_t	Vektor der K Koeffizientenpfade (Schätzung)
b_{kt}	Beta des k -ten Regressors in t (Schätzung)
e	Vektor der Residualgröße (Schätzung)
e_t	Residualgröße (Schätzung)
g	Überrendite der betrachteten Aktie / Regressand / erklärte Variable
g	Vektor aus den T Daten des Regressanden
g_s	beobachteter Wert der erklärten Variablen in s
g_t	Überrendite der betrachteten Aktie in t / beobachteter Wert der erklärten Variablen in t
g_t^{XXX}	Überrendite g_t des Unternehmens XXX in t
G_XXX	Synonym für g_t^{XXX} in den Darstellungen zur Modellschätzung in Kapitel 4
\bar{g}_t	lokaler Mittelwert der erklärten Variablen in t
h	Überrendite des HDAX / Regressor / erklärende Variable
H	Synonym für h_t in den Darstellungen zur Modellschätzung in Kapitel 4
H	Gesamtheit der Regressoren
h_t	Überrendite des HDAX in t
\mathbf{h}_t	Vektor der K Regressoren, evtl. zzgl. h_{0t}
H_t	Gesamtheit der Regressoren bis t im Ansatz der RLS
h_{0t}	Regressor des Absolutglieds ($h_{0t} = 1$)
h_{kt}	Beobachtungswert des k -ten Regressors zum Zeitpunkt t
i	ein bestimmtes Wertpapier
j	Distanzmesser zu t / Anzahl an Beobachtungswerten zur Kennzeichnung des Zeitfensters der Länge $S = 2j + 1$ für die OLS-Schätzungen im Ansatz der MLR
k	ein bestimmter Regressor/Koeffizient
K	Anzahl der Regressoren/Koeffizienten
l	Distanzmesser zu t / Anzahl an Beobachtungswerten zur Kennzeichnung des Zeitfensters der Länge $S = l + 1$ für die OLS-Schätzungen im Ansatz der MWLS
m	Anzahl an Beobachtungswerten aus einem Zeitraum <i>vor</i> der eigentlichen Beobachtungsperiode der Schätzung, beispielsweise zur Initialisierung der OLS-Ausgangsschätzung im Ansatz der RDLS
M	Marktportfolio
P	effizientes Portfolio
P_t	Hilfsmatrix im Ansatz der RLS
r	Rendite

r_f	risikoloser Zinssatz
r_{ft}	risikoloser Zinssatz in t
r_{it}	Rendite des Wertpapiers i in t
r_{Mt}	Rendite des Marktportfolios in t
s	ein bestimmter Zeitpunkt / eine bestimmte Zeitperiode innerhalb einer begrenzten Zeitreihe mit S Daten
S	zur Verfügung stehende Anzahl der Beobachtungswerte für die OLS-Schätzungen in den Ansätzen der RLS und MLR
t	ein bestimmter Zeitpunkt / eine bestimmte Zeitperiode innerhalb der Zeitreihe mit T Daten
T	Anzahl der Beobachtungen der Datenreihe
w	Gewichtungsfaktor im Ansatz der MLR
XXX	Unternehmenskürzel in Kapitel 4 (<i>die Ausprägungen der Spezifikation XXX zur Kennzeichnung der Unternehmen sind dem Anhang 2 zu entnehmen</i>)
$\alpha / \alpha_i / \alpha_t$	Absolutglied
β	Betafaktor / Regressionskoeffizient
$\tilde{\beta}$	Gesamtheit der Regressionskoeffizienten
β_{0t}	Absolutglied ($\beta_{0t} = \alpha_t$)
β_i	Betafaktor / Faktorsensitivität des Wertpapiers i zur Rendite des Marktportfolios
β_{kt}	Beta des k -ten Regressors in t
β_t	Betafaktor / Koeffizientenpfade
β_t	Vektor der K Koeffizientenpfade
δ	konstanter Diskontierungsfaktor im Ansatz der DLS bzw. der RDLS
$\varepsilon / \varepsilon_i / \varepsilon_{it} / \varepsilon_t$	Residualgröße
ε	Vektor der Residualgröße
μ	Erwartungswert der Rendite
μ_i	erwartete Rendite des Wertpapiers i
μ_M	erwartete Rendite des Marktportfolios
μ_P	erwartete Rendite des Portfolios P
ρ_{iM}	Korrelationskoeffizient zwischen i und M
σ	Standardabweichung der Rendite (Risiko)
σ_ε^2	Varianz von ε bzw. ε_t
σ_i	Risiko des Wertpapiers i
σ_{iM}	Kovarianz zwischen i und M
σ_M	Risiko des Marktportfolios
σ_P	Risiko des Portfolios P

Datenverzeichnis

Alle Daten, die in der vorliegenden Arbeit verwendet wurden, liegen als Zeitreihendaten vor. Bei den unbearbeiteten Ausgangszeitreihen handelt es sich jeweils um tägliche Daten, wobei zu beachten ist, dass dies Börsenhandelstage und nicht etwa Wochentage meint. Die Börsenkurse sind stets die Werte des elektronischen Handelssystems XETRA der Deutschen Börse.

Quellen:

- Tagesschlusskurse des **DAX** und **HDAX** vom 21.12.2007 bzw. 18.01.2008 sowie vom 21.01.2008
<http://de.biz.yahoo.com/de/overview.html> (Abruf: 23.01.2008)
- Tagesschlusskurse der **Microsoft-** und **Yahoo-Aktie** vom 02.01.2008 bis 08.02.2008
http://www.handelsblatt.com/News/Boerse/Kurse-Charts/default_200023.aspx (Abruf: 09.02.2008)
- Tages-Zinssätze (p.a.) des **EURIBOR** vom 30.12.1998 bis 11.02.2008
http://www.euribor.org/html/content/euribor_data.html (Abruf: 12.02.2008)
- Tägliche Renditen (p.a.) einer **2-jährigen Bundesschatzanweisung** vom 01.10.1998 bis 31.01. 2008
<http://www.bloomberg.com/markets/index.html> (Abruf: 12.02.2008)
- Tagesschlusskurse des **HDAX** vom 27.11.1998 bis 11.02.2008
<http://www.bloomberg.com/markets/index.html> (Abruf: 12.02.2008)
- Tagesschlusskurse der **Wertpapiere** der Schätzungen vom 27.11.1998 bis 11.02.2008
(vereinzelt liegen kürzere Zeitreihen vor; zu detaillierten Angaben über die Aktienwerte der zwanzig Unternehmen siehe Anhang 2 und vgl. Kapitel 4)
<http://www.bloomberg.com/markets/index.html> (Abruf: 12.02.2008)

Literaturverzeichnis

- Carmona, R. A. (2004):** Statistical Analysis of Financial Data in S-Plus, New York (Springer).
- Campbell, J. Y./ Lo, A. W./ MacKinlay, A. Cr. (1997):** The Econometrics of Financial Markets, Princeton (Princeton University Press).
- Deutsche Börse AG (2007):** Leitfaden zu den Aktienindizes der Deutschen Börse, http://deutsche-boerse.com/dbag/dispatch/de/kir/gdb_navigation/market_data_analytics/20_indices/60_publications/20_guidelines, Stand: November 2007, Abruf: 11.02.2008.
- Ebner, M./ Neumann, Th. (2005):** Time-varying betas of German stock returns, in: Financial Markets and Portfolio Management, Vol. 19, No. 1, p. 29-46.
- Elsas, R./ El-Shaer, M./ Theissen, E. (2003):** Beta and returns revisited, Evidence from the German stock market, in: Journal of International Financial Markets, Institutions and Money, Vol. 13, No. 1, p. 1-18.
- Fama, E. F./ French, K. R. (1992):** The Cross-Section of Expected Stock Returns, in: The Journal of Finance, Vol. 47, No. 2, p. 427-465.
- Greenspan, Al. (2007):** The Age of Turbulence: Adventures in a New World, London/ New York (Allen Lane, Penguin Group).
- Hackl, P./ Westlund, A. H. (1996):** Demand for international telecommunication Time-varying price elasticity, in: Journal of Econometrics, Vol. 70, No. 1, p. 243-260.
- Harvey, A. C. (1989):** Forecasting, structural time series models and the Kalman filter, repr. (2001), Cambridge/ New York (Cambridge University Press).
- Heij, Chr./ de Boer, P./ Franses, Ph. H./ Kloek, T./ van Dijk, H. K. (2004):** Econometric Methods with Applications in Business and Economics, Oxford/ New York (Oxford University Press).
- Kähler, J. (2002):** Regressionsanalyse, in: M. Schröder (Hrsg.), Finanzmarkt-Ökonometrie: Basistechniken, Fortgeschrittene Verfahren, Prognosemodelle, Stuttgart (Schäffer-Poeschel), S. 33-129.
- Kalaba, R. E./ Tesfatsion, L. (1988):** The Flexible Least Squares Approach to Time-Varying Linear Regression, in: Journal of Economic Dynamics and Control, Vol. 12, No. 1, p. 43-48.
- Kalaba, R. E./ Tesfatsion, L. (1989):** Time-varying Linear Regression via Flexible Least Squares, in: International Journal of Computers and Mathematics with Applications, Vol. 17, No. 8, p. 1215-1245.
- Kim, J.-R. (2002):** The stable long-run CAPM and the cross-section of expected returns, Discussion paper, Economic Research Centre of the Deutsche Bundesbank, No. 5.
- Kladroba, A. (1996):** Zeitvariable Parameterschätzungen mit „Flexible Least Squares“: Ein Überblick, Diskussionsbeiträge aus dem Fachbereich Wirtschaftswissenschaften Universität Essen, Nr. 93.

- Kruschwitz, L. (2004):** Finanzierung und Investition, 4., überarb. u. erw. Aufl., München/ Wien u.a. (R. Oldenbourg).
- Lütkepohl, H./ Moryson, M./ Wolters, J. (1995):** Stabilitätsanalyse der bundesdeutschen Geldnachfrage anhand alternativer Ansätze zur Modellierung variierender Regressionskoeffizienten, in: Kredit und Kapital, Jg. 28, Nr. 1, S. 107-132.
- Neumann, Th. (2003):** Time-varying coefficient models: A comparison of alternative estimation strategies, in: Allgemeines Statistisches Archiv, Jg. 87, Nr. 3, S. 257-280.
- o.V. (2008):** Gruppe Deutsche Börse – Listing, http://deutsche-boerse.com/dbag/dispatch/de/kir/gdb_navigation/listing, Stand u. Abruf: 11.02.2008.
- Roll, R. (1977):** A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests – Part I: On Past and Potential Testability of the Theory, in: Journal of Financial Economics, Vol. 4, No. 2, p. 129-176.
- Schlittgen, R./ Streitberg, B. H. J. (2001):** Zeitreihenanalyse, 9., unwesentl. veränd. Aufl., München/ Wien (R. Oldenbourg).
- Steiner, M./ Bruns, Chr. (2007):** Wertpapiermanagement: Professionelle Wertpapieranalyse und Portfoliostrukturierung, 9., überarb. u. erw. Aufl., Stuttgart (Schäffer-Poeschel).
- Trautmann, S. (2006):** Investitionen: Bewertung, Auswahl und Risikomanagement, 1. Aufl., Berlin/ Heidelberg/ New York (Springer).
- Winker, P. (2007):** Empirische Wirtschaftsforschung und Ökonometrie, 2., vollst. überarb. Aufl., Berlin/ Heidelberg/ New York (Springer).
- Yao, J./ Gao, J. (2004):** Computer-Intensive Time-Varying Model Approach to the Systematic Risk of Australian Industrial Stock Returns, in: Australian Journal of Management, Vol. 29, No. 1, p. 121-145.

Autor:

Steffen Becker, Dipl.-Kfm., Projektbearbeiter

Bisher erschienene Arbeitspapiere

1. Peter M. Schulze, Prognoseverfahren wissenschaftlicher Institute in der Bundesrepublik Deutschland. Überblick über eine Umfrage (Dezember 1993)
2. Martina Nold / Peter M. Schulze, Möglichkeiten und Grenzen der Quantifizierung der Schattenwirtschaft (April 1994)
3. Armin Seher, Einfluß der Integrationsordnung bei Zeitreihen auf die Spezifikation von Fehlerkorrekturmodellen (Juni 1994)
4. Lars Berg / Armin Gemünden / Frank Hubert / Ralf Leonhardt / Michael Leroudier, Die Situation der Studentenschaft in den Wirtschaftswissenschaften an der Universität Mainz im Frühjahr 1994. Ergebnisse einer Umfrage (August 1994)
5. Christoph Balz, Ein Fehlerkorrekturmodell zur Entwicklung des Kapitalmarktzinses in der Bundesrepublik Deutschland (Oktober 1994)
6. Reinhard Elkmann / Nora Lauterbach / Stephan Wind, Tertiärisierung regionaler Wirtschaftsstrukturen. Eine empirische Analyse kreisfreier Städte und Landkreise in Hessen, Rheinland-Pfalz und dem Saarland (Dezember 1994)
7. Peter M. Schulze / Uwe Spieker, Deutsche Aktienindizes. Statistische Konzepte und Beispiele (Dezember 1994)
8. Armin Seher / Peter M. Schulze, Fehlerkorrekturmodelle und die Bewertung von Aktienkursindizes. Empirische Analyse zur Eignung des Konzepts (Januar 1995)
9. Reinhard Elkmann / Annette Klostermann / Kerstin Lieder, Zur intertemporalen Konstanz der Struktur regionaler Lohn- und Gehaltsniveaus in der Bundesrepublik Deutschland (Mai 1995)
10. Christoph Fischer, Ein Fehlerkorrekturmodell zur Kaufkraftparitätentheorie (März 1996)
11. Ralf Becker / Claudia Müller, Zur Schätzung regionaler Konsumfunktionen (Oktober 1996)
12. Frank Hubert, Klassifizierung der Arbeitsmärkte in den OECD-Ländern mittels Cluster- und Diskriminanzanalyse (April 1997)
13. Frank Hubert, Das Okun'sche Gesetz: Eine empirische Überprüfung für ausgewählte OECD-Länder unter besonderer Berücksichtigung der nationalen Arbeitsmarktordnungen (September 1997)
14. Christoph Balz/ Peter M. Schulze, Die Rolle nationaler, regionaler und sektoraler Faktoren für die Variation von Output, Beschäftigung und Produktivität in der Bundesrepublik Deutschland (Dezember 1997)
15. Peter M. Schulze, Steigende Skalenerträge und regionales Wachstum: Eine quantitative Analyse mit kleinräumigen Daten (März 1998)

16. Ralf Becker, Die Verallgemeinerte Momentenmethode (Generalized Method of Moments - GMM). Darstellung und Anwendung (Juni 1998)
17. Peter M. Schulze, Regionales Wachstum: Sind die Dienstleistungen der Motor? (August 1998)
18. Ke Ma, Absatzanalyse für den chinesischen Pkw-Markt (Oktober 1998)
19. Christoph Balz / Peter M. Schulze, Die sektorale Dimension der Konvergenz. Eine empirische Untersuchung für die Bundesrepublik Deutschland (Januar 1999)
- 20* Robert Skarupke, Quantifizierung des Heimvorteils im deutschen Profifußball: Eine empirische Untersuchung für die 1. Fußball-Bundesliga (August 2000)
- 21* Peter M. Schulze, Regionalwirtschaftlicher Datenkatalog für die Bundesrepublik Deutschland (September 2000)
- 22* Yvonne Lange, Ein logistisches Regressionsmodell zur Analyse der Verkehrsmittelwahl im Raum Mainz (Oktober 2000)
- 23* Verena Dexheimer, Zählmodellen (Count Data Models). Ansätze und Anwendungen (Mai 2002)
- 24* Andreas Handel, Die Entwicklung des Geldvermögens der privaten Haushalte in Deutschland (September 2003)
- 25* Christina Bastian / Yvonne Lange / Peter M. Schulze, Hedonische Preisindizes - Überblick und Anwendung auf Personalcomputer (Mai 2004)
- 26* Alexander Prinz / Peter M. Schulze, Zur Entwicklung von Containerschiffsflotten - Eine Paneldatenanalyse (Mai 2004)
- 27* Martin Flohr, Analyse der ökonomischen und demografischen Determinanten von Sportaktivitäten in Deutschland (Juni 2004)
- 28* Peter M. Schulze, Granger-Kausalitätsprüfung. Eine anwendungsorientierte Darstellung (Juli 2004)
- 29* Kristina Ripp / Peter M. Schulze, Konsum und Vermögen - Eine quantitative Analyse für Deutschland (August 2004)
- 30* Andreas Schweinberger, Ein VAR-Modell für den Zusammenhang zwischen Öffentlichen Ausgaben und Wirtschaftswachstum in Deutschland (November 2004)
- 31* Frank Jacobi, ARCH-Prozesse und ihre Erweiterungen - Eine empirische Untersuchung für Finanzmarktzeitreihen (April 2005)
- 32* Frank Jacobi, Informationskriterien und volatility clustering (September 2005)

* Im Internet unter <http://www.statoek.de/> verfügbar.

- 33* Peter M. Schulze / Alexander Prinz / Daniela Knoll, E-Learning in der statistischen Grundausbildung von Wirtschaftswissenschaftlern (März 2006)
- 34* Julia König / Peter M. Schulze, Zur Analyse rheinland-pfälzischer Exporte mittels Gravitationsmodell (Oktober 2006)
- 35* Anke Koch / Peter M. Schulze, Einflussgrößen regionaler Wissensproduktion (November 2006)
- 36* Daria Orlova / Timo Jost, Zur Erklärung der Zuwanderungen nach Deutschland - Ein Gravitationsmodell (Dezember 2006)
- 37* Peter M. Schulze / Christoph Eschermann, Analyse und Prognose des deutschen (seewärtigen) Containerumschlags (September 2007)
- 38* Anna Lerch / Peter M. Schulze, Ein Gravitationsansatz zur Analyse internationaler Tourismusströme nach Deutschland (Oktober 2007)
- 39* Steffen Becker, Der Betafaktor im CAPM als variierender Regressionskoeffizient (Juli 2008)

* Im Internet unter <http://www.statোক.de/> verfügbar.